

Modellierung des turbulenten Wärmeflusses in Turbomaschinenströmungen

Dissertation
zur
Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur

der
Fakultät für Maschinenbau
der Ruhr-Universität Bochum

von
Stefan Rochhausen
aus Velbert

Bochum 2017

Dissertation eingereicht am: 27.03.2017

Tag der mündlichen Prüfung: 14.12.2017

Erstgutachter: Prof. Dr. Reinhard Mönig

Zweitgutachter: Prof. Dr. Peter Jeschke

Kurzfassung

Stefan Rochhausen

Modellierung des turbulenten Wärmeflusses in Turbomaschinenströmungen

Erstgutachter: Prof. Dr. Reinhard Mönig

Die numerische Berechnung der Aerothermodynamik einer gekühlten Turbine mittels 3D-CFD führt zu einem verbesserten Verständnis der Strömungs- und Temperatursituation und damit zu neuen Designansätzen. Aufgrund des ausgewogenen Verhältnisses von Aufwand und Nutzen werden Lösungsmethoden für die reynoldsgemittelten Navier-Stokes-Gleichungen verwendet. Die in den Gleichungen enthaltenen unbekannten Terme für den turbulenten Impuls- und Wärmetransport erfordern eine geeignete Modellbildung. Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der Modellierung und Validierung des turbulenten Transports von Wärme in Turbinenströmungen.

Es werden zwei verschiedene Modellansätze untersucht: Die einfache Gradientendiffusion, die dem Fourier'schen Gesetz der Wärmeleitung für den turbulenten Wärmetransport entspricht und die generalisierte Gradientendiffusion, die sich aus dem turbulenten Transport skalarer Größen ableitet. Die Modellvalidierung erfolgt in zwei Stufen. Die Basisvalidierung zielt darauf ab die grundlegende Funktionalität der Modellierung nachzuweisen. Es werden eine wandgebundene Grenzschicht sowie eine freie Scherschicht berechnet. Die Turbomaschinenvalidierung gibt einen Eindruck welche Relevanz die Anwendung der Modellierung auf reale Turbomaschinendesigns hat. Es werden ein verrippter Kühlkanal, eine filmgekühlte Turbinenseitenwand sowie die Ausmischung einer heißen Strähne in einer Niederdruckturbine gerechnet.

Alle hier untersuchten Modelle können das Temperaturfeld der Plattengrenzschicht mit einem geringen Fehler wiedergeben. Bei der Berechnung des Temperaturfelds der freien Scherschicht sind die Modelle der generalisierten Gradientendiffusion überlegen. Sie können die Ausmischung zwischen heißer und kalter Strömung in guter Übereinstimmung mit den Experimenten vorhersagen. In der Turbomaschinenvalidierung zeigt sich, dass die explizite algebraische Wärmeflussmodellierung Genauigkeitssteigerungen bei der Vorhersage des Wärmeübergangskoeffizienten, der Filmkühleffektivität und beim Ausmischverhalten einer heißen Strähne erreicht.

Die Anwendung der Modelle der generalisierten Gradientendiffusion führt insgesamt zu einer verbesserten Berechnung der in einer turbulenten Turbinenströmung transportierten Wärmemenge. Eine weitere Verbesserung der Vorhersagegenauigkeit ließe sich durch eine verbesserte Reynoldsspannungsmodellierung erreichen.

Danksagung

Diese Arbeit ist während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Antriebstechnik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. in der Abteilung Numerische Methoden entstanden.

Mein besonderer Dank gilt meinem Institutsdirektor und Doktorvater Herrn Professor Reinhard Mönig für die Betreuung der Arbeit und die fachlichen Diskussionen, die die Arbeit entscheidend geprägt haben. Weiterhin möchte ich mich bei Herrn Professor Peter Jeschke für die Übernahme des Koreferats, sowie bei Herrn Professor Roland Span für die Leitung der Prüfungskommission bedanken.

Bei meinem Abteilungsleiter Herrn Dr. Edmund Kügeler bedanke ich mich für die vertrauensvolle Zusammenarbeit und die Unterstützung, die es mir ermöglichte über einen langen Zeitraum kontinuierlich an meinem Dissertationsthema arbeiten zu können.

Weiterhin möchte ich mich bei der gesamten Abteilung AT-NUM bedanken. Das gute Arbeitsklima und der fachliche Austausch über verschiedene Fachdisziplinen hinweg haben für mich die Basis geschaffen ein Thema zu bearbeiten welches an der Schnittstelle zwischen Mathematik, Physik und Ingenieurwissenschaften liegt.

Bei Herrn Dr. Ewald Lutum und Herrn Dr. Jochen Gier möchte ich mich für die gute und interessante Zusammenarbeit im Projekt Cooreflex bedanken. Die Diskussionen und Ratschläge aus Perspektive der industriellen Anwendung der CFD haben für wichtige Impulse gesorgt, die letztendlich für das Gelingen der Dissertation entscheidend waren.

Ich möchte auch meiner Familie danken, die mir vor allem in der Endphase der Dissertation geholfen haben neben neuer Arbeitsstelle und Kindererziehung die nötige Zeit zu finden die Dissertation zu einem Ende zu führen. Nicht zuletzt gilt mein besonderer Dank meiner Frau Luisa. Gemeinsam sind wir fast zeitgleich durch die nicht immer leichte Dissertationsphase gegangen. Dennoch haben wir es geschafft durch gegenseitige Unterstützung und Rücksichtnahme allen Anforderungen gerecht zu werden.

Inhalt

1	Einleitung und Motivation	13
1.1	Motivation	13
1.2	Numerische Strömungssimulation	16
1.3	Ziel der Arbeit	17
2	Theoretische Grundlagen und Stand der Technik	19
2.1	Wärmebilanz einer gekühlten Turbine	19
2.2	Turbinenumströmung	21
2.3	Turbineninnenkühlung	23
3	Modellierung des turbulenten Impuls- und Wärmetransports	25
3.1	Grundgleichungen	25
3.1.1	Navier-Stokes- und Energiegleichung	25
3.1.2	Favre gemittelte Gleichungen	26
3.2	Modellierung des turbulenten Impulstransports	27
3.2.1	Modellierungsebenen	27
3.2.2	Lineares Wirbelzähigkeitsmodell Menter SST	28
3.2.3	Explizit algebraische Turbulenzmodellierung	29
3.2.4	Direkte Reynoldsspannungstransportmodellierung	30
3.3	Modellierung des turbulenten Wärmetransports	32
3.3.1	Modellierungsebenen	32
3.3.2	Einfache Gradientendiffusion	33
3.3.3	Generalisierte Gradientendiffusion	36
4	Strömungslöser	41
4.1	Koordinatentransformation	41
4.2	Diskretisierung	42
4.2.1	Ortsdiskretisierung	43
4.2.2	Zeitdiskretisierung	44
4.3	Randbedingungen	45

5	Basisvalidierung	47
5.1	Modellkombinationen	48
5.1.1	Einfache Gradientendiffusion	48
5.1.2	Generalisierte Gradientendiffusion	48
5.2	Strömung über eine ebene Platte	50
5.2.1	Beschreibung des Testfalls	50
5.2.2	Diskussion des Geschwindigkeitsfelds	50
5.2.3	Diskussion des Temperaturfelds	53
5.2.4	Turbulente Wärme Flüsse und die turbulente Prandtlzahl	55
5.3	Freie Scherschicht	58
5.3.1	Beschreibung des Testfalls	58
5.3.2	Entdimensionalisierung von Geschwindigkeits- und Temperaturfeld	59
5.3.3	Diskussion des Geschwindigkeitsfelds	59
5.3.4	Diskussion des Temperaturfelds	61
5.4	Fazit der Basisvalidierung	64
6	Erweiterte Validierung	67
6.1	Kühlkanal ERCOFTAC 7.3	67
6.1.1	Beschreibung des Testfalls	67
6.1.2	Diskussion des Geschwindigkeitsfelds	67
6.1.3	Wärmeübergangskoeffizient und turbulenter Wärmestrom	72
6.1.4	Bewertung des Testfalls	74
6.2	Turbinenstufe mit Plattformkühlung AITEB	76
6.2.1	Beschreibung des Testfalls	76
6.2.2	Turbulenzrandbedingungen	79
6.2.3	Druck- und Geschwindigkeitsverteilung	79
6.2.4	Filmkühleffektivität und Wärmeübergangskoeffizient	83
6.2.5	Diskussion des Testfalls	86
6.3	Niederdruckturbine mit heißen Strahlen	88
6.3.1	Beschreibung des Testfalls	88
6.3.2	Strömungsfeld	91
6.3.3	Temperaturfeld	93
6.3.4	Turbulenter Wärme flux	97
6.3.5	Adiabate Schaufeltemperaturen	100
6.3.6	Diskussion des Testfalls	101
7	Zusammenfassung und Ausblick	105
7.1	Zusammenfassung	105
7.2	Ausblick	106

Nomenklatur

Abkürzungen

EARSM	Explicit algebraic reynolds stress modelling
FSTI	Free stream turbulence intensity
GGD	Generalized Gradient Giffusion
OTDF	Overall temperature distortion function
RSM	Reynolds stress modelling
RTDF	Radial temperature distortion function
SGD	Simple Gradient Giffusion
TRACE	Turbomaschinery research aerodynamic computational environment

Griechische Formelzeichen

α_T	Turbulente Temperaturleitfähigkeit	$[m^2/s]$
δ_{ij}	Kronecker delta	$[-]$
μ_{lam}, μ_t	Laminare und turbulente Viskosität	$[W/(m\ K)]$
ξ, η, ζ	Kurvilineare Koordinaten	$[-]$
α	Wärmeübergangskoeffizient	$[W/(K\ m^2)]$
β, β^*	Modellierungskonstanten	$[-]$
$\beta_{CG}, \beta_k, \beta_\theta$	Modellierungskonstanten	$[-]$
$\beta_{P\theta}, \beta_{PM}, \beta_{D\theta}, \beta_{DM}$	Modellierungskonstanten	$[-]$
δ	Grenzschichtdicke	$[m]$
δ_θ	Dicke der thermischen Grenzschicht	$[m]$
ε	Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie	$[m^2/s^3]$
ε_θ	Dissipationsrate der Temperaturvarianz	$[m^2/s^3]$
ε_{ij}	Umverteilungsterme <i>SSG/LRR</i> ω -Modell	$[kg/(m^3s)]$
η_k	Kühleffektivität	$[-]$
η_{th}	Thermischer Wirkungsgrad	$[-]$
γ	Modellierungskonstante	$[-]$
λ_{lam}, λ_t	Laminare und turbulente Wärmeleitfähigkeit	$[W/(m\ K)]$
Ω	Winkelgeschwindigkeit	$[^\circ/s]$
ω	Spezifische Dissipationsrate der turb. kin. Energie	$[1/s]$
ω_θ	Spezifische Dissipationsrate der Temperaturvarianz	$[1/s]$
Φ	Generalisierter Fluss	$[-]$
Φ_1, Φ_2	Innere und Äußere Modellierungskonstante SST-Modell	$[-]$
Π_{ij}	Dissipationsterme <i>SSG/LRR</i> ω -Modell	$[kg/(m^3s)]$
ρ	Dichte	$[kg/m^3]$
σ_k, σ_ω	Modellierungskonstanten	$[-]$
σ_{w2}, σ_d	Modellierungskonstanten	$[-]$

Lateinische Formelzeichen

\dot{m}	Massenstrom	[kg/s]
\dot{q}	Wärmestromdichte	[W/m ²]
\dot{q}_t	Turbulente Wärmestromdichte	[W/m ²]
$\dot{Q}_{HG}, \dot{Q}_{KL}$	Wärmestrom	[J]
$\dot{q}_{t,x}, \dot{q}_{t,y}$	Turbulenter Wärmestrom entdimensionalisiert mit dem Wärmestrom in bzw. quer zur Strömungsrichtung	[W/m ²]
\vec{D}	Vektor der diffusiven Flüsse	[-]
\vec{E}	Vektor der reibungsfreien Flüsse	[-]
\vec{Q}	Lösungsvektor	[-]
\vec{S}	Vektor der Rotationsterme	[-]
A	Querschnittsfläche	[mm ²]
A, A_2, A_3	Anisotropieinvarianten	[-]
C_λ, f_λ	Modellierungskonstante $k_\theta \omega_\theta$ -Modell	[-]
$C_{t1}, C_{t2}, C_{t3}, C_{t4}$	Modellierungskonstante Younis-Modell	[-]
E	Energie	[J]
F_1, F_2	Blendingfunktionen Menter SST	[-]
H	Enthalpie	[J]
J	Jacobi-Determinante	[1/m ³]
L_m	Gemischtes thermisch-mechanisches Längenmaß	[m]
Nu	Nusseltzahl	[-]
O	Oberfläche	[m ²]
P_{ij}	Produktionsterm der turb. kin. Energie	[kg/(s ³ m)]
Pe_T	Turbulente Pecletzahl	[-]
Pr	Prandtlzahl	[-]
Pr_T	Turbulente Prandtlzahl	[-]
$Pr_{T\infty}$	Turbulente Prandtlzahl Freistrom	[-]
R_{ij}	Reynoldsspannungstensor	[m ² /s ²]
Re, Re_x	Reynoldszahl, basierend auf der x-Koordinate	[-]
Re_Θ	Reynoldszahl, basierend auf der Impulsverlustdicke	[-]
St	Stantonzahl	[-]
T^+	Dimensionslose Temperatur	[-]
T_0, T_∞	Bezugtemperaturen	[K]
T_3, T_4	Turbineneintritts- und Turbinenaustrittstemperatur	[K]
T_B	Mittlere Kanaltemperatur	[K]
T_f	Fluidtemperatur	[K]
T_τ	Reibungstemperatur	[K]
T_{aw}	Adiabate Wandtemperatur	[K]
T_{EZ}, T_{GZ}	Temperatur erste Zelle und Geisterzelle	[K]
U, V, W	Geschwindigkeitskomponenten	[m/s]
u^+	Dimensionslose Geschwindigkeit	[-]
V	Volumen	[m ³]
y^+	Dimensionsloser Wandabstand	[-]
\bar{t}^2	Mittlere Temperaturschwankung	[K ²]
a_{ij}	Extraanisotropieanteil	[-]
c_p, c_v	Spezifische Wärmekapazität	[J/(K kg)]
k	Turbulente kinetische Energie	[m ² /s ²]
l	Längenmaß	[m]

p	Druck	[Pa]
u, v, w	Geschwindigkeitskomponenten	[m/s]
u_τ	Wandschubspannungsgeschwindigkeit	[m/s]
t_{ij}	Viskoser Spannungstensor	[kg / (m s ²)]

1 Einleitung und Motivation

1.1 Motivation

Im Oktober 2014 konnte sich der Europäische Rat auf den europäischen Klima- und Energierahmen 2030 einigen. Neben dem Ausbau erneuerbarer Energien sind die Verminderung von Treibhausgasemissionen und die Steigerung der Energieeffizienz zentrale Ziele. So soll laut Bundesministerium für Wirtschaft und Energie bis 2030 der Primärenergieverbrauch um 27% und die Treibhausgasemissionen um 40% gegenüber 1990 gesenkt werden. Einen wichtigen Beitrag können hocheffiziente Gasturbinenkraftwerke mit Kraft-Wärme-Kopplung leisten. Deren Anteil soll bis zum Jahr 2020 von derzeit rund 17% auf etwa 25% im Jahr 2020 steigen (siehe [3]).

In der kommerziellen Luftfahrt stellt die Gasturbine in Form von Turbofan und Turboprop aufgrund ihres hohen Leistungs-Gewichts-Verhältnis das mit Abstand wichtigste Antriebskonzept dar. Der Rat für Luft- und Raumfahrtforschung in Europa (ACARE) hat im sogenannten Flight-path 2050 [2] eine Entwicklungsvision für die Luftfahrt definiert. Darin wird eine Senkung des CO_2 -Ausstoßes um 75% gegenüber dem Vergleichswert des Jahres 2000 genannt. Ein wichtiger Beitrag zur Erreichung dieses Ziels muss vom Flugzeugtriebwerk geleistet werden.

Eine Wirkungsgradsteigerung der Gasturbine trägt unmittelbar zur Senkung des Kraftstoffverbrauchs und CO_2 -Ausstoßes bei und ist damit von zentralem Interesse, sowohl in der Luftfahrt als auch im stationären Betrieb von Gasturbinen zur Stromerzeugung.

Die Turbineneintrittstemperatur ist die zentrale Größe bei der Steigerung des Wirkungsgrads einer Gasturbine. Dies wird anschaulich deutlich, wenn man den thermodynamischen Vergleichsprozess, den Joule Prozess, betrachtet. Der Wirkungsgrad des idealisierten Joule Prozesses wird lediglich durch die Turbinenausstrittstemperatur T_4 und die Turbineneintrittstemperatur T_3 berechnet.

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_4}{T_3} \quad (1.1)$$

Eine Erhöhung der Turbineneintrittstemperatur führt demnach unmittelbar zu einem gesteigerten Wirkungsgrad. Die Turbineneintrittstemperatur wird begrenzt durch die zulässige Materialtemperatur des Turbinenwerkstoffs und kann nur dann über diese hinaus gesteigert werden wenn die Turbine adäquat gekühlt wird. Im Laufe der Entwicklung immer leistungsfähigerer Gasturbinen konnte durch Einführung neuer Werkstoffe und moderner Kühlkonzepte die Turbineneintrittstemperatur deutlich gesteigert werden. Abbildung 1.1 zeigt am Beispiel von Triebwerken der Firma Rolls-Royce wie die Turbineneintrittstemperatur über die Jahrzehnte einerseits mit der Wahl neuer Materialien und andererseits mit der Entwicklung verbesserter Kühlungstechniken gesteigert werden konnte.

In einer Turbinenstufe kommen eine ganze Reihe verschiedener Schaufelkühlungstechniken zum Einsatz. Abbildung 1.2 zeigt typische Konzepte zur Kühlung einer Turbinenschaufel. Die

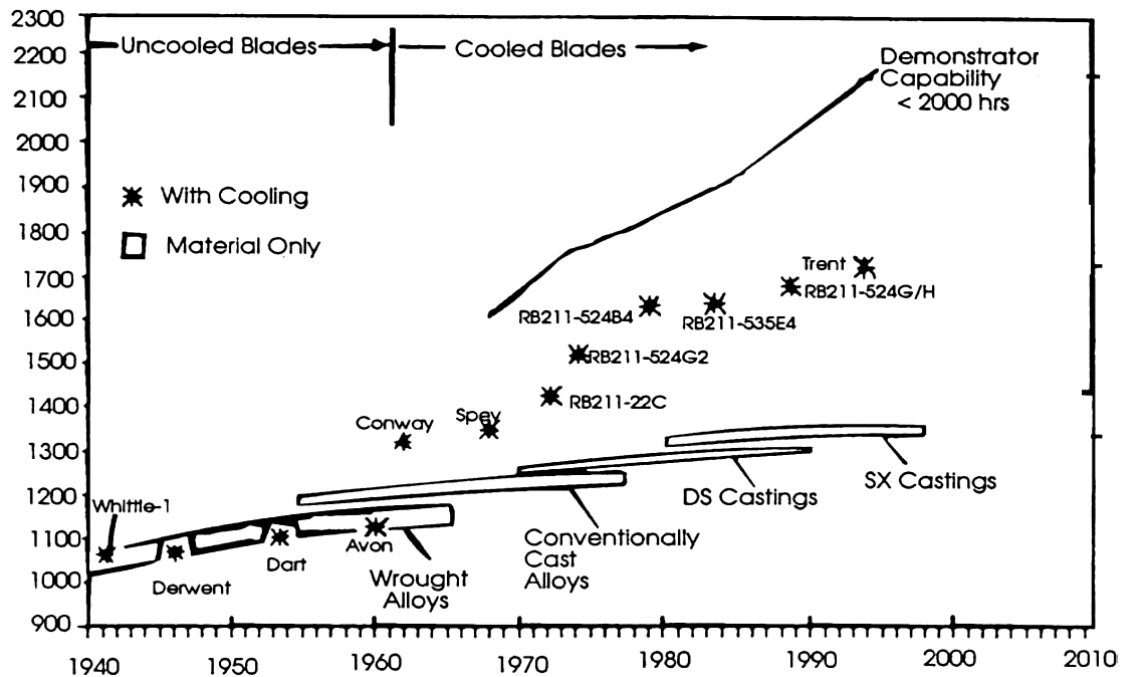


Abbildung 1.1: Entwicklung der Turbineneintrittstemperatur in den vergangenen Jahrzehnten am Beispiel verschiedener Triebwerke der Firma Rolls-Royce plc (Abbildung aus Iacovides und Launder [30])

dem Verdichter entnommene Luft wird in das Innere der Schaufel geleitet. Dort wird sie über Einsätze (inserts) verteilt, sodass je nach lokaler thermischer Belastung immer die notwendige Kühlwirkung bereitgestellt werden kann. Einen besonders kritischen Bereich stellt die Schaufelvorderkante dar. Aus Bohrungen in den Einsätzen treten Kühlluftstrahlen aus und kühlen die Innenseite der Turbinenvorderkante durch die Prallkühlmethode. Die Außenseite der Turbinenvorderkante wird durch einen Kühlfilm geschützt. Die Turbinenvorderkante besitzt dazu zahlreiche Bohrungen, durch die die Kühlluft aus der Turbinenschaufel austreten kann. Dabei bildet die Kühlluft einen isolierenden Film, der die Turbinenvorderkante vor dem Heißgas aus der Brennkammer schützt. Je nach Bedarf werden außer der Vorderkante noch weitere thermisch belastete Zonen der Schaufel mit der Filmkühlungsmethode geschützt. Neben der Schaufelvorderkante ist auch die Schaufelhinterkante ein thermisch stark belasteter Bereich. Abbildung 1.2 zeigt Kühlkanäle, die Luft in die hintere Schaufelhälfte führen. Diese Kühlluft steht für die konvektive Kühlung der hinteren Schaufelhälfte und die Hinterkantenausblasung zur Verfügung. Im Innern der Turbinenschaufel sind Quer- und nadelförmige Rippen erkennbar. Beides sind sogenannte Turbulatoren, die zum Ziel haben, einen hohen Turbulenzgrad in der Strömung zu erzeugen. Ein hoher Turbulenzgrad begünstigt den konvektiven Wärmeübergang von der Schaufel zur Kühlluft.

Zusätzlich zu den in Abbildung 1.2 gezeigten Schaufelkühlungsmethoden existieren noch zahlreiche weitere Konzepte. Alle diese Konzepte haben jedoch die Gemeinsamkeit, dass sie eine bestimmte Menge Kühlluft benötigen, die ein entsprechendes Druckniveau aufweist. Die Kühlluft muss dem Verdichter entnommen werden und kann damit nicht mehr zum Energieumsatz im Kreisprozess beitragen. Laut Bräunling [13] müssen bis zu 20% des Luftmassenstroms des Kerntriebwerks abgezweigt werden, um die thermisch belasteten Komponenten einer Maschine zu kühlen. Eine optimale Turbinenkühlung, die hohe Turbineneintrittstemperaturen erlaubt und gleichzeitig den Bedarf an Kühlluft minimiert, kann in entscheidendem Maße zur Wirkungsgradsteigerung einer Gasturbine beitragen. Die zweite Kernaufgabe der Turbinenkühlung ist

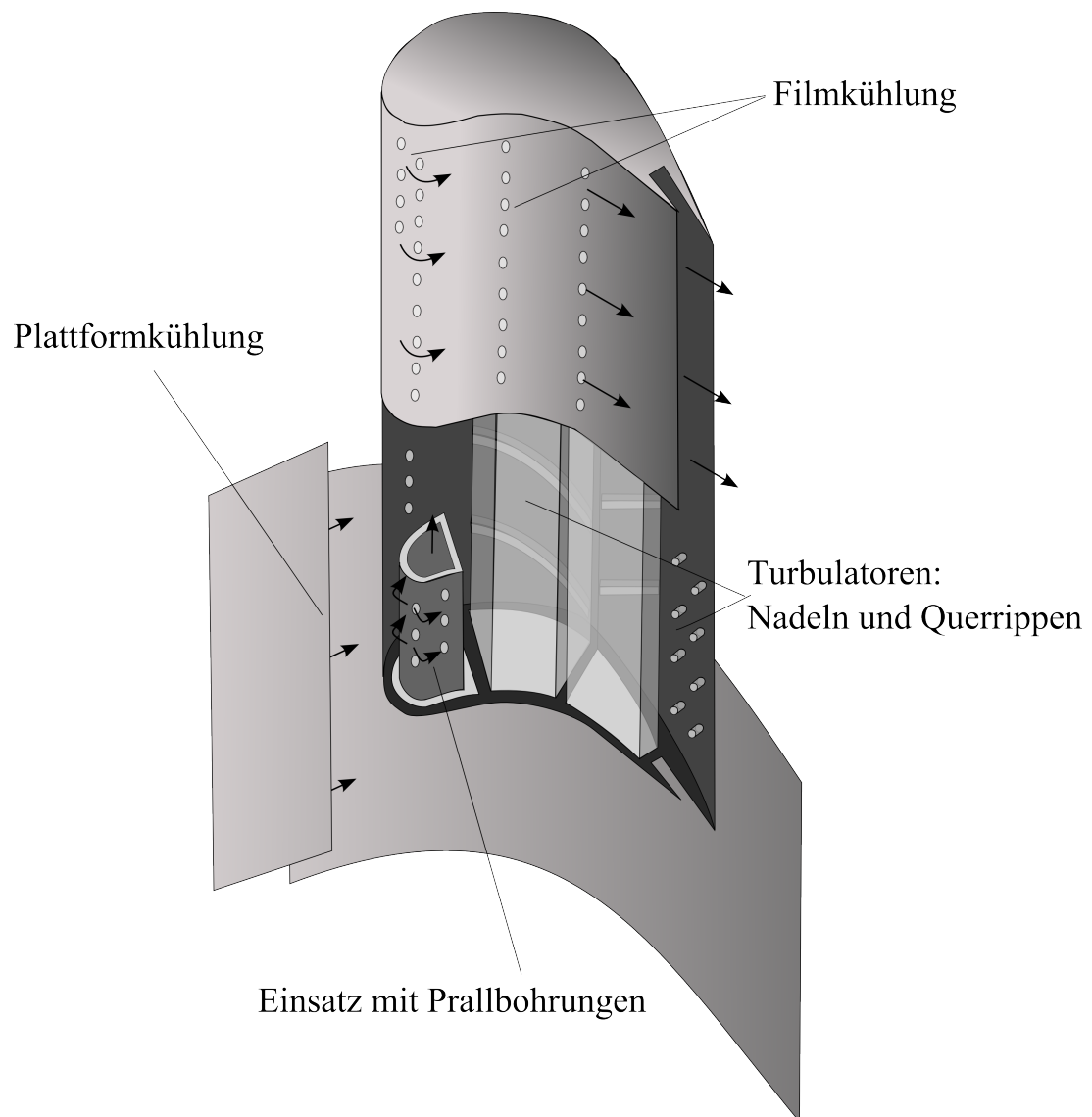


Abbildung 1.2: Schematische Darstellung verschiedener Kühlungskonzepte am Beispiel einer Hochdruckturbine

die Gewährleistung von Betriebssicherheit und einer möglichst hohen Lebensdauer über das gesamte Betriebsspektrum der Turbine. Dafür ist es wichtig, dass maximale Bauteiltemperaturen und maximale Spannungskonzentrationen nicht die kritischen Werte für das gewählte Material überschreiten.

1.2 Numerische Strömungssimulation

Um diesen Aufgaben gerecht werden zu können, ist genaue Kenntnis der Strömungssituation in der Turbine von entscheidender Bedeutung. Moderne 3D-CFD-Verfahren können helfen, die komplexen Strömungsvorgänge zu verstehen und eine angepasste Turbinenkühlung zu entwickeln.

Die Strömung in einer gekühlten Turbine ist hoch turbulent. Die Längenskalen der turbulenten Wirbelstrukturen reichen über mehrere Größenordnungen - von der Länge einer ganzen Schaufel bis hin zu den kleinsten Strukturen, in denen die Energie der Wirbel in Wärme dissipiert. Um die turbulente Strömung in einer Gasturbine in einer direkten numerischen Simulation (DNS) abbilden zu können, ist eine sehr feine räumliche und zeitliche Auflösung des Strömungsgebietes nötig, die zu einer sehr großen Anzahl an Netzzellen führt. Direkte numerische Simulationen sind mit heutiger Computertechnologie aus Gründen des Rechenzeit- und Speicherplatzbedarfs im industriellen Design nicht praktikabel.

Um den Aufwand in Grenzen zu halten und dennoch eine Aussage über die Strömung treffen zu können, kommen Modelle für die turbulenten Strukturen zum Einsatz. Man unterscheidet zwischen Grobstruktursimulationen wie LES und dem RANS Ansatz. Die Grobstruktursimulationen, bei denen Teile des Turbulenzspektrums aufgelöst und andere Teile modelliert werden, haben gegenüber dem RANS Ansatz erheblich gesteigerte Anforderungen an das Rechnernetz. Grobstruktursimulationen werden daher meist in akademischen Konfigurationen und nur selten im industriellen Design verwendet.

Im industriellen Design beschränkt man sich weitgehend auf die Lösung der reynoldsgemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (Reynolds averaged Navier-Stokes oder RANS). Bei dem RANS-Ansatz handelt es sich um einen statistischen Ansatz, in dem die Strömung in einen mittleren Anteil und einen Schwankungsanteil eingeteilt wird. Die Mittelung führt zu zweiten statistischen Momenten, Termen mit mindestens zwei unbekannten Schwankungsgrößen. Zwar lassen sich Transportgleichungen für diese zweiten statistischen Momente herleiten, diese beinhalten jedoch neue, unbekannte dritte statistische Momente. Dies wird als das Schließungsproblem der Turbulenz bezeichnet. Das Schließungsproblem erfordert eine geeignete Modellierung des Effekts der Schwankungsgrößen auf die mittlere Strömung.

Häufig konzentriert man sich bei der Modellierung der turbulenten Schwankungsgrößen auf den Reynoldsspannungsterm. Dieser Term beinhaltet ein Produkt aus je zwei Schwankungsgeschwindigkeiten und existiert sowohl in den Impuls- als auch in der Energiegleichung. Der Term beschreibt den Effekt der turbulenten Schwankungsbewegung auf Impuls- und Energietransportfähigkeit der Strömung. Bedingt durch die Vielzahl an Anwendungsfeldern gibt es ein großes Spektrum an Modellen verschiedenster Komplexitätsstufen, die den Reynoldsspannungsterm modellieren.

In der Energiegleichung existiert ein weiterer Term, der bei der Berechnung der Strömung in thermisch belasteten Gasturbinenkomponenten relevant ist: der turbulente Wärmefluss. Dieser Term enthält ein Produkt aus Schwankungsenthalpie und Schwankungsgeschwindigkeit. Der Term ist für eine Erhöhung der Wärmetransportfähigkeit der Strömung infolge turbulenter Schwankungen verantwortlich. Die Modellierung dieses Terms erfolgt in modernen 3D-CFD-Verfahren im industriellen Einsatz über die Reynoldsanalogie. Diese Modellierung ist allerdings

Aufgrund der starken Vereinfachung der zugrunde liegenden physikalischen Prozesse zu hinterfragen.

1.3 Ziel der Arbeit

Das zentrale Ziel dieser Arbeit ist die Verbesserung der Modellierung der Wärmetransporteigenschaften turbulenter Strömungen im Hinblick auf Turbomaschinenanwendungen. In der Literatur existieren zahlreiche Modelle zur Berechnung des turbulenten Wärmeflusses, jedoch werden diese derzeit noch wenig im industriellen Designprozess von Turbomaschinen angewendet. In dieser Arbeit soll das Potential zur Genauigkeitssteigerung durch die Anwendung von Modellen für den turbulenten Wärmefluss bei der Berechnung von Fluid- und Bauteiltemperaturen sowie der Dynamik des Wärmeübergangs in thermisch belasteten Bauteilen von Gasturbinen quantifiziert werden. Zum Vergleich werden verschiedene Modellansätze für den turbulenten Wärmefluss in den Turbomaschinenlöser TRACE implementiert. Anschließend wird anhand modularer Testfälle, die ausgewählte Aspekte der Strömung in gekühlten Turbinen repräsentieren, eine Validierung durchgeführt. Die Leistungsfähigkeit für den industriellen Designprozess wird an einer anwendungsnahen Rechnung demonstriert. Die Modellbewertung betrachtet Aspekte der Anwendungstauglichkeit, daher ist die Leistungsfähigkeit immer im Verhältnis zur Robustheit in anwendungsnahen Testfällen zu bewerten.

2 Theoretische Grundlagen und Stand der Technik

Bei der Turbinenkühlung wird typischerweise zwischen der Innen- und Außenkühlung unterschieden. In diesem Kapitel wird ausgehend von einer Wärmebilanz eines gekühlten Wandelements dargestellt, wie sich Turbineninnenkühlung und Turbinenaussenkühlung hinsichtlich ihrer aero- und thermodynamischen Anforderungen unterscheiden. Nachfolgend wird der Stand der numerischen Verfahren, die zur Berechnung von Turbineninnen- und Turbinenaussenkühlung eingesetzt werden, erläutert.

2.1 Wärmebilanz einer gekühlten Turbine

Der Wärmehaushalt einer gekühlten Turbine ergibt sich im stationären Betriebspunkt als Gleichgewicht. Dieses Gleichgewicht wird bestimmt durch die vom Heißgas abgegebene und die durch den Kühlluftmassenstrom aufgenommene Wärmemenge. Die Energiebilanz einer von einem Kühlluftstrom gekühlten Wand ist schematisch in Abbildung 2.1 dargestellt.

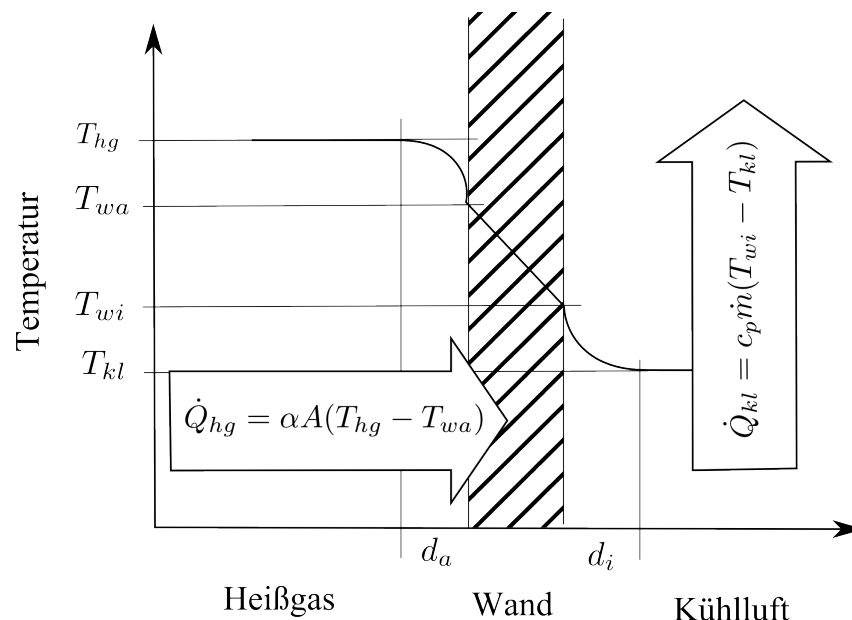


Abbildung 2.1: Prinzipskizze zur Wärmebilanz an einer gekühlten Wand

Der Wärmestrom aus dem Heißgas in die Schaufel \dot{Q}_{hg} ergibt sich aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik. Für den stationären Fall und unter Vernachlässigung von internen Wärmequellen ist die lokale Änderung der Wärmestromdichte gleich der totalen Ableitung der Enthal-

pie.

$$-\nabla \dot{q} = \rho c_p \frac{DT}{Dt} \quad (2.1)$$

Nach dem Fourier'schen Gesetz berechnet sich Wärmestromdichte \dot{q} über:

$$\dot{q} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.2)$$

Bezogen auf eine Temperaturgrenzschicht mit der Dicke δ ergibt sich:

$$\dot{q} = -\lambda \frac{T_{hg} - T_{wa}}{\delta} \quad (2.3)$$

Um die Wärmestromdichte \dot{q} zu bestimmen, ist Kenntnis über die lokale effektive Wärmeleitfähigkeit λ notwendig. Weiterhin wird als Proportionalitätsfaktor der lokale Wärmeübergangskoeffizient α eingeführt:

$$\alpha = \frac{\dot{q}}{T_{hg} - T_{wa}} \quad (2.4)$$

Damit lässt sich der durch das Heißgas abgegebene Wärmestrom \dot{Q}_{hg} aus Abbildung 2.1 bestimmen:

$$\dot{Q}_{hg} = \alpha A (T_{hg} - T_{wa}) \quad (2.5)$$

Die Lösung der Wärmeleitungsgleichung (Gleichung 2.2) im Schaufelmaterial liefert zeitliche und örtliche Verteilung der Temperatur im Festkörper. An dieser Stelle wird angenommen, dass die Temperaturverteilung im Material bekannt ist. Der Wärmestrom auf der Schaufelinnenseite \dot{Q}_{kl} , der durch die Kühlluft abgeführt wird, ist:

$$\dot{Q}_{kl} = c_p \dot{m}_{kl} (T_{kl} - T_{wi}) \quad (2.6)$$

Bilanziert man nun die durch das Heißgas abgegebene Wärmemenge \dot{Q}_{hg} und die durch den Kühlluftstrom Aufgenommene \dot{Q}_{kl} ,

$$\dot{Q}_{hg} = \dot{Q}_{kl} \quad (2.7)$$

dann lässt sich der Bedarf an Kühlluftmassenstrom abschätzen (siehe auch [13]) :

$$\dot{m}_{kl} = \frac{\alpha A}{c_p} \frac{T_{hg} - T_{wa}}{T_{kl} - T_{wi}} \quad (2.8)$$

An Gleichung 2.8 lassen sich die wesentlichen Einflussparameter für den Bedarf an Kühlluftmassenstrom ablesen. Auf der Heißgasseite ist man bestrebt, eine möglichst kleine treibende Temperaturdifferenz und gleichzeitig einen möglichst kleinen Wärmeübergangskoeffizienten zu erreichen. Auf der Kühlluftseite hingegen sollte die treibende Temperaturdifferenz möglichst groß werden. Da Kühllufttemperatur nicht frei wählbar ist, sondern sich aus dem Betriebszustand ergibt, versucht man mit der vorgegebenen Temperaturdifferenz einen möglichst effektiven Wärmeübergang zu erreichen, also den Wärmeübergangskoeffizienten zu maximieren.

2.2 Turbinenumströmung

Da die Anforderungen für die Heißgas- und die Kühlluftseite grundsätzlich verschieden sind, unterscheidet man zwischen internen und externen Kühlungstechniken. Die externen Methoden benutzen in der Regel einen Kühlfilm, der aus Kühlluftbohrungen ausgeblasen wird, um das Material vor dem direkten Kontakt mit Heißgas zu schützen. Dieser Film legt sich um die Schaufel und reduziert damit die treibende Temperaturdifferenz in unmittelbarer Schaufelnähe. Anstelle der Schaufel nimmt der Kühlfilm die Wärme auf und erwärmt sich dabei. Im Design wird die Filmkühleffektivität (Definition nach [32]) stromab einer Kühlluftbohrung untersucht.

$$\eta_k = \frac{T_{aw} - T_\infty}{T_f - T_\infty} \quad (2.9)$$

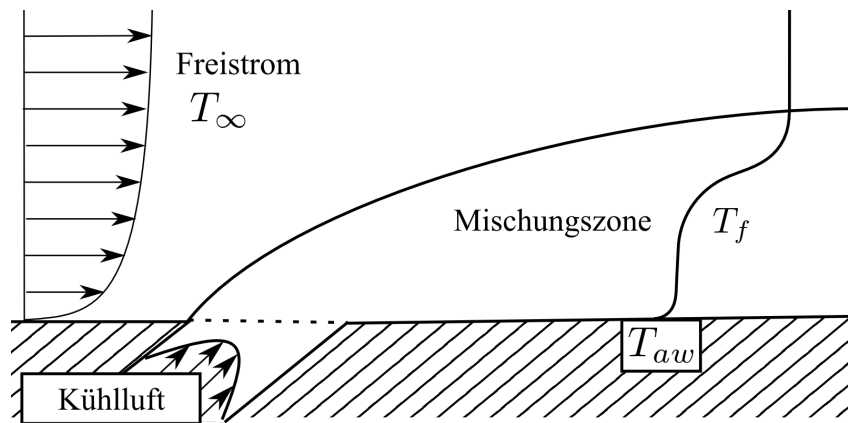


Abbildung 2.2: Prinzipskizze zur Filmkühlung

Aufgrund der hohen praktischen Relevanz gibt es eine große Anzahl an Studien, die zur Berechnung von Filmkühlung RANS-Codes einsetzen. Kügeler [36] berechnet verschiedene Filmkühlkonfigurationen mit dem dichte-basierten Solver TRACE-S, dem Vorgänger des in dieser Arbeit angewendeten Strömungslösers TRACE. In TRACE-S stand das $k\omega$ -Turbulenzmodell nach Wilcox zur Verfügung. Die Untersuchung zeigt signifikante Abweichungen zwischen gemessener und simulierter Wärmeübergangsverteilung stromab einer Filmkühlbohrung. Kügeler führt diese Abweichungen auf die isotrope Turbulenzmodellierung sowie Defizite bei der Modellierung des laminar-turbulenten Umschlags und Vernachlässigung der Wärmeleitung in der Struktur zurück. Die Untersuchung von Harrison und Bogard [25] vergleicht mehrere, unter anderem anisotropieauflösende, RANS-basierte Turbulenzmodelle in Bezug auf Filmkühlung. Das in dieser Untersuchung angewendete anisotropieauflösende Reynoldsspannungsmodell zeigt, wie auch die anderen Modelle, Schwächen bei der Vorhersage der Querausdehnung von Filmkühleffektivität und Wärmeübergangskoeffizient. Eine aktuelle Studie nach Ling et. al. [41] bestätigt die Schwächen verschiedener RANS-Turbulenzmodelle in der Vorhersage von maximaler Filmkühleffektivität sowohl in lateraler als auch in Strömungsrichtung hinter Filmkühlbohrungen. Die Autoren schlagen höherwertige Diffusionsmodelle, die mithilfe skalenauflösender Rechnungen kalibriert werden müssen, für die Berechnung von Filmkühlung vor.

Im Rahmen des EU-Projekts AITEB wurde die Verwendbarkeit von Sperrluft als Kühlluft untersucht. Sperrluft, die in erster Linie zum Schutz von Bauteilen dient, die nicht zum Hauptgaspfad gehören, könnte auch zur Kühlung der Seitenwand eingesetzt werden. Am Institut für Antriebstechnik wurde eine filmgekühlte Seitenwand eines Turbinenstators sowohl numerisch durch

Beuermann et. al. [9] als auch experimentell durch Rehder und Dannhauer [51] [16] untersucht. In der numerischen Untersuchung wird der Löser TRACE mit dem $k\omega$ -Turbulenzmodell nach Wilcox verwendet. Die Autoren stellen Unterschiede in der vorhergesagten Filmkühleffektivität zwischen Numerik und Experiment fest, insbesondere an Stellen an denen Mischungsvorgänge stattfinden und schlagen vor, höherwertige Diffusionsansätze zu untersuchen.

Neben der Berechnung von Filmkühlung ist die Berechnung von inhomogenen Temperaturverteilungen am Brennkammeraustritt und deren Ausmischverhalten in der Turbine für die Bestimmung der lokalen Temperaturdifferenz zwischen Schaufel und Heißgas wichtig. Eine Gleichverteilung der thermischen Lasten über die gesamte Schaufelhöhe ist das Designziel. Klinner et. al. [34] untersuchen das Ausmischungsverhalten eines coaxialen Jets sowohl experimentell mittels Lasermesstechnik als auch numerisch. Die Autoren kommen zum Ergebnis, dass die Durchmischung des passiven Skalars in der numerischen Untersuchung deutlich zu gering vorhergesagt wird. Um die Mischungsvorgänge besser abzubilden, schlagen sie vor, der Anisotropie der Reynoldsspannungen mit höherwertigen Diffusionsmodellen Rechnung zu tragen. Die Schlussfolgerungen nach Klinner et. al. haben eine praktische Relevanz für Turbinen mit inhomogenem Eintrittstemperaturprofil.

Eine inhomogene Temperaturverteilung tritt zum Beispiel in Form von sogenannten heißen Strähnen (hot streaks) auf. Hot streaks entstehen, wenn Treibstoff beim Ausströmen aus der Brennkammer verspätet verbrannt wird und dadurch lokal eine deutliche Überhöhung der Temperatur entsteht. Die lokale thermische Überhitzung der nachfolgenden Turbine hängt vom Ausmischungsgrad der heißen Strähne ab. In der Literatur gibt es eine Reihe von numerischen und experimentellen Untersuchungen zu heißen Strähnen. Bereits in den 90er Jahren wurde das Thema numerisch durch die Forschergruppen um Dorney und Davis [17] und um Gundy-Burlet [23] untersucht. Diese Untersuchungen haben gezeigt, dass es zu einer deutlichen zusätzlichen Wärmebelastung auf der Turbinenrotoraußenseite kommt, wodurch sich der Kühlluftbedarf entsprechend erhöht. Aktuelle Studien mit moderneren numerischen Verfahren und Turbulenzmodellen bestätigen diese Ergebnisse prinzipiell. In diesen Veröffentlichungen wird von verschiedenen Forschergruppen ([49], [7], [48], [4]) untersucht, welche Konsequenzen hot streaks für die Schaufel- und Seitenwandkühlung haben. Dabei steht in den genannten Veröffentlichungen stets die Physik der hot streaks im Vordergrund. Ein Einfluss der Turbulenzmodellierung auf den Ausmischungsgrad der hot streaks wird nicht untersucht. Wie auch bei der Filmkühlung wird bei der Simulation der hot streaks eine Verbesserung der Vorhersagegenauigkeit durch höherwertige Diffusionsmodellierung erwartet.

2.3 Turbineninnenkühlung

Bei der internen Kühlung wird versucht mithilfe eines Kühlluftstroms von der Innenseite eine möglichst große Wärmemenge abzuführen und damit das Material zu kühlen. Häufig kommen Turbulatoren in verschiedensten geometrischen Ausführungen zum Einsatz, die für eine Erhöhung der turbulenten Durchmischung und damit für einen hohen Wärmetransport sorgen. Dies wird erreicht in dem die Strömungsgrenzschicht zur Ablösung gebracht wird. In der sich neu entwickelnden, noch sehr dünnen Grenzschicht, ist der Wärmestrom und damit der Wärmeübergangskoeffizient (Gleichung 2.2 und 2.4) besonders hoch. In Abbildung 2.3 ist ein Schnitt eines Kühlkanals mit periodisch wiederkehrenden Rippen gezeigt, die die Strömung zur Ablösung bringen.

Die Wahl der Verhältnisse von Rippenabstand, Rippenhöhe und Kanaldurchmesser ist von entscheidender Bedeutung für das Wirbelsystem an der Seitenwand. Bei einem geringen Rippenabstand und großer Rippenhöhe löst die Grenzschicht vollständig von der Seitenwand ab, was im Mittel zu einem geringen Wärmeübergangskoeffizienten führt. Bei einem großen Rippenabstand und geringer Kanalhöhe hingegen bildet sich über einem Großteil der Seitenwand eine stabile Strömungsgrenzschicht aus, was auch zu einem geringen Wärmeübergang führt. Zwischen diesen beiden Szenarien gibt es einen Zustand, mit einem Stück abgelöster Wandgrenzschicht und einem Stück neu ausgebildeter Grenzschicht, das in Bezug auf den mittleren Wärmeübergangskoeffizient ein Optimum darstellt.

Um die Veränderung der Dynamik des Wärmeübergangs zwischen einer glatten und einer gerippten Wand zu quantifizieren werden häufig dimensionslose Kennzahlen wie die Nusseltzahl oder die Stantonzahl benutzt.

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda} \quad (2.10)$$

$$St = \frac{\alpha}{u_\infty \rho c_p} = \frac{Nu}{Pr Re} \quad (2.11)$$

Die Nusselt-Zahl setzt die tatsächlich geleitete Wärme in einem Fluid ins Verhältnis zu der hypothetischen laminaren Wärmeleitfähigkeit. Die Stanton-Zahl baut auf der Nusselt-Zahl auf und setzt diese ins Verhältnis zum Strömungszustand. Das Designziel in Kühlkanälen ist eine möglichst hohe Nusselt- oder Stantonzahl bei gleichzeitig geringem Druckverlust zu erreichen.

Typische Modelltestfälle für die Kühlkanalströmung sind die zurückspringende Stufe (backward facing step) und der verrippte Kühlkanal (transverse rib roughness). Die Berechnung derartiger Strömungen stellt hohe Anforderungen an das verwendete numerische Verfahren und an das Turbulenzmodell: bei abgelösten Strömungen handelt es sich um hochturbulente dreidimensionale und instationäre Strömungen.

Aufgrund der geometrischen Vielfalt von Kühlluftkanälen lassen sich in der Literatur zahlreiche Untersuchungen finden. Zusammenfassende Darstellungen zum Thema finden sich bei Iacoviades und Launder [30] und bei Han [24]. Die Autoren resümieren, dass die meisten Studien die eingesetzten numerischen Methoden zu wenig kritisch analysieren. Insbesondere bei abgelösten Strömungen kämen derzeitige Zweigleichungsturbulenzmodelle an Grenzen. Erkenntnisse, die aus skalenauflösenden Rechnungen gewonnen wurden, unterstreichen die Notwendigkeit des Einsatzes von Reynoldsspannungsmodellen und einer besseren Auflösung der wandnahen Strömungssituation.

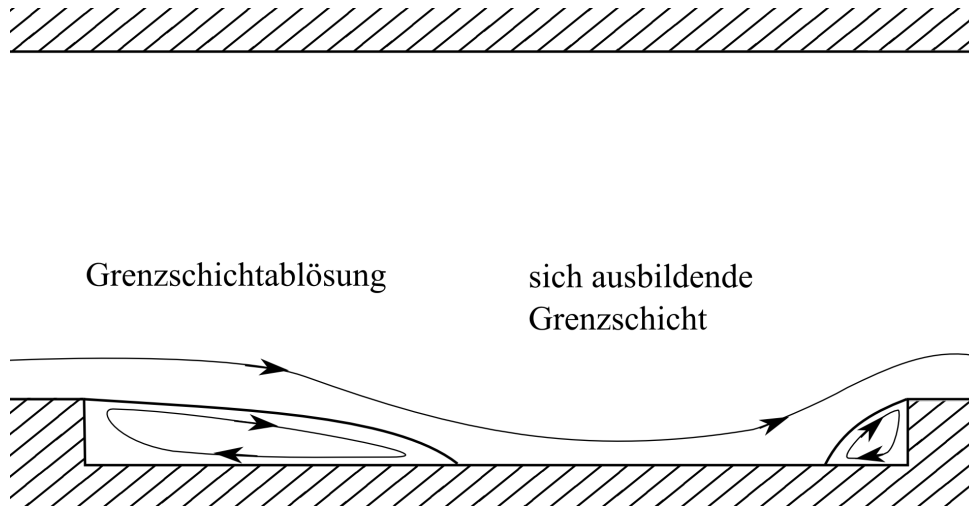


Abbildung 2.3: Prinzipskizze zur Innenkühlung

Einen Überblick über die Leistungsfähigkeit verschiedener RANS-Turbulenzmodelle in der Berechnung von abgelösten Strömungen gibt die ERCOFTAC-Datenbank [1] (Special Interest Group 15 “Turbulence Modelling”). Ein für die Turbineninnenkühlung typischer Testfall ist der in der ERCOFTAC-Datenbank vorgestellte rechteckige Kanal mit berippten Seitenwänden. Iacovides [29] untersucht den Kanal numerisch unter Zuhilfenahme mehrerer Turbulenzmodelle und stellt auch Messdaten zur Turbulenzmodellvalidierung bereit. Während die Vorhersagegenauigkeit der Strömung in allen Modellkategorien vergleichsweise gut ist, so betont Iacovides die Notwendigkeit höherwertiger Turbulenzmodellierung, um auch im Temperaturfeld eine höhere Vorhersagegenauigkeit zu erreichen. Die Untersuchung der zurückspringenden Stufe mit TRACE [55] zeigt, dass die derzeitige Standardmodellierung mit Zweigleichungsturbulenzmodellen in der Lage ist, das Strömungs- und Temperaturfeld stromab des Wiederanlegepunkts mit geringen Abweichungen von Referenzwerten (Grobstruktursimulation nach Keating et. al [33] sowie Messdaten nach Vogel [63]) vorherzusagen. Dennoch bleiben Defizite in der Vorhersage der vollständig abgelösten Strömung in der Rezirkulationszone zwischen der Stufe und dem Wiederanlegepunkt.

Auch aktuelle Veröffentlichungen bestätigen die Schwächen in der Vorhersage derzeitiger Standardmodellierung. Die Arbeit von Weihing [65] motiviert sich dadurch, dass das Fourier’schen Gesetz für die Beschreibung von turbulenten Wärmeleitungsvorgängen nicht geeignet ist. Die Autoren erreichen Verbesserungen in der Vorhersage der Strömung in berippten Kanälen durch die Anwendung von differentiellen Reynoldsspannungsmodellen in Kombination mit expliziten algebraischen Modellen für den turbulenten Wärmefluss.

3 Modellierung des turbulenten Impuls- und Wärmetransports

Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der Modellierung des turbulenten Wärmeflusses. Mathematisch wird der turbulente Wärmefluss durch einen Term beschrieben, der in der Energieerhaltungsgleichung infolge der Favre-Mittelung auftritt und dessen Berechnung eine Modellbildung erfordert.

3.1 Grundgleichungen

3.1.1 Navier-Stokes- und Energiegleichung

Ausgangspunkt sind die Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie in kompressiblen Medien (siehe Wilcox [66]):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial t_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j H) = \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i t_{ij}) - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (3.3)$$

Der Term t_{ij} ist der viskose Spannungstensor und stellt einen Zusammenhang zwischen Spannung und Scherrate für Newton'sche Fluide her:

$$t_{ij} = 2\mu \left[\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (3.4)$$

Der Term δ_{ij} steht für das Kronecker delta und ist 1 bei $i = j$ und 0 bei $i \neq j$. Die Totalenthalpie H und Totalenergie E setzen sich wie folgt zusammen :

$$H = h + \frac{1}{2} u_i u_i \quad E = e + \frac{1}{2} u_i u_i \quad (3.5)$$

Die molekulare Viskosität für Luft wird approximiert durch das Gesetz von Sutherland:

$$\mu_m = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + C}{T + C} \quad (3.6)$$

mit der Sutherland Konstante $C = 110.4K$. Die Referenzviskosität ist $\mu_0 = 1.7198 \cdot 10^{-5} Pa \cdot s$ bei der Referenztemperatur von $T_0 = 273.15K$. In allen Rechnungen, die im Rahmen dieser Arbeit gezeigt werden, wird Luft als kalorisch ideales Gas simuliert. Die Zustandsgleichung lautet:

$$p = \rho RT \quad (3.7)$$

Für ein ideales Gas ergeben sich für die innere Energie e und die Enthalpie h

$$e = c_v T \quad h = c_p T \quad (3.8)$$

3.1.2 Favre gemittelte Gleichungen

Nahezu alle technisch relevanten Strömungen sind turbulenter Natur. Insbesondere in komplexen Turbinenströmungen mit einem hohen Turbulenzgrad wird der Impuls- und Energietransport erheblich durch die Turbulenzeigenschaften der Strömung beeinflusst. Die Wirbelstrukturen, die für den Transport von Impuls- und Energie verantwortlich sind, variieren dabei erheblich in ihrer räumlichen Ausdehnung. Während die größten Wirbel die Ausdehnung des gesamten Strömungsraums haben können, so liegt die kleinste Längenskala, die Kolmogorov-Länge, nur wenige Größenordnungen über der freien Weglänge für Luftmoleküle (siehe Wilcox [66]). Die Berechnung aller turbulenten Wirbelstrukturen würde entsprechend feine Netzauflösungen erfordern. In vielen technischen Fragestellungen sind jedoch nicht instantane sondern zeitlich gemittelte Strömungs- oder Temperaturgrößen von Interesse. Um diese zu berechnen werden die Erhaltungsgleichungen reynoldsgemittelt. Die Strömung wird in einen zeitlichen Mittelwert $\bar{\phi}$ und einen Schwankungswert ϕ' unterteilt.

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (3.9)$$

In kompressiblen Strömungen, in denen sowohl Druck, Dichte als auch die Temperatur turbulenten Schwankungen unterliegen, wird die Massenmittelung nach Favre angewandt. Die Mittelungsvorschrift für eine nach Favre massengemittelte Größe lautet:

$$\tilde{\phi} = \frac{\overline{\rho \phi}}{\bar{\rho}} \quad (3.10)$$

Die Mittelungsvorschrift führt auf die sogenannten favregemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (siehe Wilcox [66]). Dieses Gleichungssystem wird in TRACE iterativ gelöst:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{u}_i) = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\bar{\tau}_{ij} - \overline{\rho u'_j u'_i}] \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} E) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j H) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[-q_{Lj} - \overline{\rho u'_j h'} + \overline{t_{ji} u'_i} - \frac{\rho}{2} \overline{u'_j u'_i u'_i} \right] \\ + \frac{\partial}{\partial x_j} [\tilde{u}_i (\bar{t}_{ji} - \overline{\rho u'_i u'_j})] \end{aligned} \quad (3.13)$$

Auf der rechten Seite der Gleichungen 3.12 und 3.13 treten infolge der Mittelung Terme mit mehreren Schwankungsgrößen auf. Zwar lassen sich für diese Terme eigene Transportgleichungen herleiten, diese Transportgleichungen enthalten jedoch wiederum neue Terme mit einer höheren Anzahl an Schwankungsgrößen. Dieses sogenannte Schließungsproblem der Turbulenz erfordert eine Modellierung der unbekannten Turbulenzgrößen. Man kategorisiert die Turbulenzmodelle entsprechend ihrer Modellierungstiefe.

3.2 Modellierung des turbulenten Impulstransports

3.2.1 Modellierungsebenen

Auf der rechten Seite der Impulsgleichung steht der turbulente Impuls $-\overline{\rho u'_j u'_i}$ mit dem Reynoldsspannungstensor $R_{ij} = \overline{u'_j u'_i}$

$$R_{ij} = \begin{pmatrix} \overline{u'_x u'_x} & \overline{u'_x u'_y} & \overline{u'_x u'_z} \\ \overline{u'_y u'_x} & \overline{u'_y u'_y} & \overline{u'_y u'_z} \\ \overline{u'_z u'_x} & \overline{u'_z u'_y} & \overline{u'_z u'_z} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Je nach Modellierungsgrad kann der Reynoldsspannungstensor von verschiedenen Modellansätzen geliefert werden. Mit der Boussinesq-Annahme wird der Reynoldsspannungstensor R_{ij} über eine Wirbelviskosität in die Impuls- und Energiegleichung eingebracht:

$$\bar{\rho} R_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3.15)$$

Durch die Boussinesq-Annahme wird die Bestimmung des Reynoldsspannungstensors auf die Bestimmung einer skalaren Größe, der Wirbelviskosität μ_t , verlagert. Der Effekt der Turbulenz auf die mittlere Strömung wird modelliert durch eine Erhöhung der Viskosität. Lineare Wirbelviskositätsmodelle, die auf der Boussinesq-Annahme basieren, sind die einfachste Klasse von Turbulenzmodellen, die in dieser Arbeit verwendet werden. Die nächsthöhere Klasse, die sogenannten expliziten algebraischen Turbulenzmodelle entsprechen in ihrer Grundform den linearen Wirbelviskositätsmodellen, nehmen jedoch zu einem linearen Rumpf eine extra Anisotropie hinzu:

$$\bar{\rho} R_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} - a_{ij}^{(ex)} \rho k \quad (3.16)$$

Die Klasse der differentiellen Reynoldsspannungstransportmodelle simuliert den Transport der Reynoldsspannungen mittels Transportgleichungen:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}R_{ij})}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}u_k R_{ij})}{\partial x_k} = \bar{\rho}P_{ij} + \bar{\rho}\Pi_{ij} - \bar{\rho}\varepsilon_{ij} + \bar{\rho}D_{ij} + \bar{\rho}M_{ij} \quad (3.17)$$

Im Rahmen dieser Arbeit wird je ein Turbulenzmodell aus jeder der hier vorgestellten Modellkategorien eingesetzt die im nachfolgenden Abschnitt detaillierter erläutert werden.

3.2.2 Lineares Wirbelzähigkeitsmodell Menter SST

In TRACE ist das Menter-SST Modell von 2003 [44] implementiert. Das zweiteilige Modell ist auf Basis des Menter-BSL-Modells [43] formuliert und besitzt zusätzlich die SST (Shear Stress Transport) - Modifikation.

Die Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie k und deren spezifische Dissipationsrate ω lauten:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = P - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = & \frac{\rho \gamma}{\mu_t} P - \beta^* \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t \sigma_\omega) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ & + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Das Basismodell Menter-BSL kombiniert die Vorteile von $k\omega$ -Modellen in der Wiedergabe von Wandgrenzschichten mit den Vorteilen von $k\varepsilon$ -Modellen in der Freistromwiedergabe. Erreicht wird dies durch eine Variation der Modellkonstanten über die F_1 -Funktion zwischen inneren und äußeren Werten:

$$\Phi = F_1 \Phi_1 + (1 - F_1) \Phi_2 \quad (3.20)$$

Die Werte einer Konstante Φ_x sind für den Freistrom (1) und die Nähe zu einer Wand (2) definiert. Der Wert dazwischen wird gemäß der Funktion (Gleichung 3.20) geschaltet. Die SST-Funktion limitiert die Wirbelviskosität über die Scherrate S . Unter Berücksichtigung der Bradshaw-Annahme, welche besagt, dass die Scherspannung in der Grenzschicht proportional zur turbulenten kinetischen Energie ist, formuliert Menter [44] die Berechnungsgleichung für die Wirbelviskosität:

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, S F_2)} \quad (3.21)$$

Die Einführung der SST-Funktion verbessert die Modelleigenschaften bei Grenzschichtströmungen mit positivem Druckgradienten (vgl. [19]). Für den vollständigen Satz an Modellierungskonstanten, Hilfsfunktionen und deren Argumente sei an dieser Stelle auf die entsprechenden

Veröffentlichungen verwiesen [43], [44]. Gute Übersichtsdarstellungen finden sich außerdem auf der NASA Turbulenzmodellierungswebseite [56] sowie in der Disseration von Franke [19]. Das Menter-SST Wirbelviskositätsmodell hat sich in den letzten Jahren als Industriestandard für die Berechnung von Turbomaschinenströmungen etabliert. Der Hauptgrund hierfür liegt in der Robustheit bei einer vergleichsweise guten Wiedergabe der meisten relevanten Strömungsfälle. Des Weiteren existieren eine Reihe von Modifikationen wie Staupunktbehandlungen und Krümmungskorrekturen. Detaillierte Beschreibungen hierzu finden sich bei Franke et. al. [20].

3.2.3 Explizit algebraische Turbulenzmodellierung

Die Klasse der expliziten algebraischen Turbulenzmodelle kann als Mittelweg zwischen den einfachen und robusten, linearen Wirbelviskositätsmodellen und den komplexen und genauen differentiellen Reynoldsspannungstransportmodellen angesehen werden. Explizite algebraische Reynoldsspannungsmodelle werden von einem höherwertigen differentiellen Reynoldsspannungsmodell abgeleitet, ähneln in der Form aber einem Wirbelviskositätsmodell. Das Reynoldsspannungsmodell wird dabei unter Annahme eines Gleichgewichts für die Anisotropie und einer vereinfachten Diffusion zu einem impliziten algebraischen Reynoldsspannungsmodell überführt (vgl. [28]). Der zweite Schritt ist die Lösung einer tensoriellen Gleichung. Dabei erbt das explizite algebraische Modell Eigenschaften vom zugrunde liegenden Reynoldsspannungsmodell. Das abgeleitete explizite algebraische Reynoldsspannungsmodell ist damit in der Lage, die physikalischen Mechanismen genauer abzubilden als ein lineares Wirbelviskositätsmodell. Die zusätzliche Information wird in Form eines Extraanisotropietensors $a_{ij}^{(ex)}$ berechnet und auf den Reynoldsspannungstensor addiert. Der Extraanisotropietensor $a_{ij}^{(ex)}$ wird aus dem Rotationsgeschwindigkeitstensor und dem Schubspannungsgeschwindigkeitstensor berechnet. Für die exakte Ausformulierung sei an dieser Stelle auf die entsprechende Fachliteratur verwiesen [27]. Eine Übersicht über die Modellkonstanten und Hilfsfunktionen findet sich auf der NASA Turbulenzmodellierungs Webseite [56].

Die Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie 3.22 entspricht in ihrer Form exakt der Gleichung aus dem Modell von Menter (Gleichung 3.18):

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = P - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.22)$$

Die Gleichung für die spezifische Dissipationsrate 3.26 ähnelt ebenfalls dem Menter-SST-Modell (Gleichung 3.19), limitiert jedoch den Kreuzdiffusionsterm auf positive Werte:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = & \frac{\gamma \omega}{k} P - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t \sigma_\omega) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ & + \frac{\rho \sigma_d}{\omega} \max \left(\frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 0 \right) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Das Hellsten-EARSM benötigt im Vergleich zu den linearen Wirbelviskositätsmodellen nur geringfügig mehr Rechenzeit. Die zusätzliche Rechenzeit wird für die Berechnung des Extraanisotropietensors verwendet. Die Robustheit des Modells ist vergleichbar mit der des linearen Wirbelviskositätsmodells Menter SST.

3.2.4 Direkte Reynoldsspannungstransportmodellierung

Die Klasse der differentiellen Reynoldsspannungstransportmodelle ist, verglichen mit den beiden anderen Klassen, die komplexeste und physikalisch genaueste Modellierung. Differentielle Reynoldsspannungstransportmodelle simulieren den Transport der Reynoldsspannungen und sind damit in der Lage, die Produktion, Dissipation und Umverteilung einzelner Reynoldsspannungskomponenten korrekt wiederzugeben. In der Gleichung für den Transport der Reynoldsspannungen treten Terme höherer Ordnung auf, die wiederum modelliert werden müssen (sog. Schließungsproblem der Turbulenz). Daher bezeichnet man Reynoldsspannungstransportmodelle auch als Modelle zweiter Ordnung.

In TRACE ist das *SSG/LRR- ω* -Modell nach Eisfeld [18] implementiert. Wie sich anhand des Modellnamens erkennen lässt, besteht das Modell aus zwei Reynoldsspannungsmodellen, dem Spezielle-Sarkar-Gatski-Modell [61] und dem Launder-Reece-Rodi-Modell [38]. Dabei adaptiert Eisfeld die Idee von Menter mit einer Blendingfunktion zwischen dem LRR-Modell in Wandnähe und dem SSG-Modell im Fernfeld zu schalten.

$$\phi = F_1 \phi^{(LRR)} + (1 - F_1) \phi^{(SSG)} \quad (3.24)$$

Die Transportgleichung für die Reynoldsspannungen lautet:

$$\frac{\partial(\rho R_{ij})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_k R_{ij})}{\partial x_k} = \rho P_{ij} + \rho \Pi_{ij} - \rho \varepsilon_{ij} + \rho D_{ij} + \rho M_{ij} \quad (3.25)$$

Den einzelnen Termen in Gleichung 3.25 lassen sich verschiedene physikalische Mechanismen zuordnen:

- ρP_{ij} Produktion: der Produktionsterm ist exakt und bedarf keiner weiteren Modellierung

$$P_{ij} = -\rho R_{ik} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - R_{jk} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$$
- $\rho \Pi_{ij}$ Umverteilung: die Umverteilung wird über die sogenannte Druck-Scher-Korrelation modelliert. Beide Druck-Scher-Korrelationen der zugrunde liegenden Modelle werden in dieselbe Form überführt. Die resultierende Druck-Scher-Korrelation wird aus einer algebraischen Gleichung berechnet, die aus einer Kombination von Schubspannungs- und Rotationstensor besteht.
- $-\rho \varepsilon_{ij}$ Dissipation: für die Dissipation wird mit $\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \bar{\rho} C_\mu k \omega \delta_{ij}$ eine isotrope Dissipationsrate auf ω -Basis modelliert
- ρD_{ij} Diffusion: für die Diffusion von Reynoldsspannungen wird die generalisierte Gradientendiffusion nach Daly und Harlow [15] verwendet.
- ρM_{ij} Kompressibilitätseffekte: diese werden üblicherweise für transsonische Strömungen vernachlässigt

Die ω -Gleichung ist ebenfalls aus dem Menter-BSL-Modell adaptiert:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_k \omega)}{\partial x_k} = & \frac{\alpha_\omega \omega}{k} \frac{\rho P_{kk}}{2} - \beta_\omega \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \mu_t \frac{\rho k \sigma_\omega}{\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_k} \right] \\ & + \frac{\rho \sigma_d}{\omega} \max \left(\frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 0 \right) \end{aligned} \quad (3.26)$$

Der höheren Genauigkeit der differentiellen Reynoldsspannungsmodelle steht eine geringere Robustheit in komplexen Strömungssituationen und ein gesteigerter Rechen- und Implementierungsaufwand gegenüber. Neben der Berechnung von 5 Navier-Stokes-Gleichungen werden 6 Transportgleichungen für die Reynoldsspannungen und eine Gleichung für die Dissipationsrate gelöst. Die Reynoldsspannungsmodelle zeigen an einfachen, sogenannten Building Block Flows klare Vorteile bei der Wiedergabe des Reynoldsspannungstensors. Allerdings zeigt sich in der Berechnung komplexer Strömungssituationen, wo es in der Regel zu einer Überlagerung verschiedenster Strömungsphänomene kommt, dass häufig keine konvergente Lösung erzielt wird.

3.3 Modellierung des turbulenten Wärmetransports

3.3.1 Modellierungsebenen

In der Energieerhaltungsgleichung ergeben sich auf der rechten Seite Terme für den turbulenten Enthalpiefluss $-\dot{q}_t = \rho \overline{u'_j h'}$, die molekulare Diffusion $\tilde{u}_i \tilde{t}_{ji}$ sowie den turbulenten Transport von Reynoldsspannungen $-\rho \overline{u'_i u'_j}$. Bei niedrigen Machzahlen (Unterschall und Transschall) spielen die beiden letzten Terme keine Rolle (siehe [66]) und werden für die Berechnung in TRACE vernachlässigt. Der turbulente Enthalpiefluss hingegen erfordert eine Modellierung, da insbesondere in Turbinenströmungen der turbulente Wärmetransport von Bedeutung ist.

Die Modelle für den turbulenten Wärmetransport, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht werden, lassen sich in zwei Gruppen einteilen: Die einfache und die generalisierte Gradientendiffusion. Die einfache Gradientendiffusion (englisch simple gradient diffusion) SGD leitet sich aus dem Fourier'schen Gesetz der Wärmeleitung ab.

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_x \\ \dot{q}_y \\ \dot{q}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\lambda_t \frac{\partial T}{\partial x} \\ -\lambda_t \frac{\partial T}{\partial y} \\ -\lambda_t \frac{\partial T}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

In Analogie zur Wirbelviskosität wird der turbulente Wärmestrom über die turbulente Wärmeleitfähigkeit λ_t berechnet. Dies geschieht im einfachsten Fall über eine turbulente Prandtlzahl. Außerdem kann die turbulente Wärmeleitfähigkeit λ_t über die Modellierung von Transportgleichungen erfolgen.

Während die einfache Gradientendiffusion eine skalare Größe, die turbulente Wärmeleitfähigkeit λ_t , zur Berechnung der Wärmeströme verwendet, so stellt die generalisierte Gradientendiffusion GGD einen Zusammenhang zwischen dem Reynoldsspannungstensor $\overline{u'_i u'_j}$ und turbulenten Wärmeströmen dar und entspricht damit in ihrer Form den exakten Transportgleichungen für den turbulenten Transport einer skalaren Größe (siehe [68]).

$$-\dot{q}_{t_i} = \rho c_p \frac{\overline{u'_i u'_j}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (3.28)$$

In der Komponentenschreibweise wird der wichtigste Unterschied zwischen den zwei Diffusions-hypothesen deutlich. Bei der einfachen Gradientendiffusion ist der turbulente Wärmestrom immer in Richtung des negativen Temperaturgradienten gerichtet. Bei der generalisierten Gradientendiffusion führt ein einachsiger Temperaturgradient im Allgemeinen zu einem Wärmestromvektor mit Komponenten in alle drei Raumrichtungen.

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_x \\ \dot{q}_y \\ \dot{q}_z \end{pmatrix} = -\rho c_p \begin{pmatrix} \frac{\overline{u'_x u'_x}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\overline{u'_x u'_y}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\overline{u'_x u'_z}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial z} \\ \frac{\overline{u'_y u'_x}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\overline{u'_y u'_y}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\overline{u'_y u'_z}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial z} \\ \frac{\overline{u'_z u'_x}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\overline{u'_z u'_y}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\overline{u'_z u'_z}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Im Rahmen dieser Arbeit werden mehrere Turbulenzmodelle, basierend sowohl auf der einfachen als auch auf der generalisierten Gradientendiffusion, verwendet. Diese werden in den nachfolgenden Abschnitten detaillierter erläutert.

3.3.2 Einfache Gradientendiffusion

3.3.2.1 Prandtlzahlmodelle

In Prandtlzahlmodellen erfolgt die Berechnung der Wärmeleitfähigkeit λ_t mithilfe der Wirbelviskosität μ_t über die Einführung einer turbulenten Prandtlzahl. Es wird unterschieden zwischen der laminaren und der turbulenten Prandtlzahl. Die laminare Prandtlzahl ist eine dimensionslose Kennzahl für Fluide. Sie setzt den Impulstransport infolge Reibung ins Verhältnis zum Wärmetransport infolge Leitung. In Analogie zur laminaren Prandtlzahl wird eine turbulente Prandtlzahl eingeführt. Die turbulente Prandtlzahl beschreibt das Verhältnis von turbulenter Impulstransportfähigkeit zu turbulenter Wärmetransportfähigkeit. Im Gegensatz zur laminaren Prandtlzahl ist die turbulente Prandtlzahl keine Stoffgröße, sondern variiert in Abhängigkeit von der Strömungssituation.

$$Pr_t = \frac{\mu_t c_p}{\lambda_t} \quad (3.30)$$

Der einfachste Modellansatz ist die Wahl einer konstanten turbulenten Prandtlzahl. In der Regel ist in technischen Strömungen der Wärmeübergang in Wandgrenzschichten von Interesse. In wandgebundenen Grenzschichten lässt sich das Temperaturfeld mithilfe einer konstanten Prandtlzahl von $Pr_t = 0.9$ bereits sehr gut modellieren. Die einfache Form und die dadurch bedingte hohe numerische Robustheit sind der Grund dafür, dass sich die turbulente Prandtlzahl 0.9 als Standard in den CFD-Lösern für Turbomaschinenanwendungen etabliert hat. Die konstante Prandtlzahl von 0.9 ist im Mittel eine gute Näherung für wandgebundene Grenzschichtströmungen. Für die freie turbulente Scherströmung, wird von Schlichting [58] als turbulente Prandtlzahl 0.5 genannt. Mit einer Modellbildung, die im gesamten Strömungsfeld eine konstante Prandtlzahl von 0.9 verwendet, sind daher Ungenauigkeiten in der Berechnung von freien Scherschichten zu erwarten.

Experimentelle Daten nach Blackwell (wiedergegeben bei [32]) zeigen, dass die turbulente Prandtlzahl für Luft in wandgebundenen Grenzschichten ohne Druckgradient mit zunehmendem Wandabstand abfällt. Im wandnahen Bereich, unterhalb von $y^+ = 10$, werden Werte deutlich über 1 gemessen. Mit zunehmendem Wandabstand sinkt die gemessene turbulente Prandtlzahl auf einen Wert von etwa 0.6. Kays & Crawford [31] haben ein algebraisches Prandtlzahlmodell entwickelt, um den gemessenen Verlauf der Prandtlzahl in der Wandgrenzschicht abbilden zu können. Das Modell basiert auf der turbulenten Pecletzahl. Die turbulente Pecletzahl beschreibt das Verhältnis aus turbulenter und molekularer Viskosität multipliziert mit der Prandtlzahl $Pe_t = \frac{v_t}{\nu} Pr$. Die Modellgleichung lautet:

$$Pr_t = \frac{1}{\frac{1}{2Pr_{t\infty}} + CPe_t \sqrt{\frac{1}{Pr_{t\infty}}} - (CPe_t)^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{CPe_t \sqrt{Pr_{t\infty}}}\right) \right]} \quad (3.31)$$

Außerdem ist $Pr_{t\infty}$ der Wert der turbulenten Prandtlzahl in der freien Strömung, weit entfernt von festen Wänden, und $C = 0.2$ ist die Kalibrierungskonstante.

3.3.2.2 Wirbelleitfähigkeitsmodellierung auf Transportgleichungsbasis

Ein alternativer Ansatz zur Definition einer turbulenten Prandtlzahl besteht darin, die turbulente Wärmeleitfähigkeit λ_t auf Basis von Transportgleichungen zu berechnen.

Die Klasse der Wirbelleitfähigkeitsmodelle auf Transportgleichungsbasis wird in dieser Arbeit von dem Modell nach Nagano [45] repräsentiert. Nagano leitet das Modell aus der Annahme her, dass die Temperaturleitfähigkeit von Wirbeln α_t proportional zu der Geschwindigkeit der turbulenten Schwankungen \sqrt{k} und deren räumlicher Ausdehnung L_m ist:

$$\alpha_t \propto k^{1/2} L_m \quad (3.32)$$

Als Maß für die räumliche Ausdehnung verwendet Nagano das hybride thermisch-mechanische Längenmaß L_m . Die Temperaturleitfähigkeit wird mithilfe der Transportgleichungen für die Temperaturvarianz $\overline{t^2}$ dessen Dissipationsrate ε_t sowie der turbulenten kinetischen Energie k und deren Dissipationsrate ε berechnet. Die Berechnung der turbulenten Temperaturleitfähigkeit ergibt sich zu:

$$\alpha_t = C_\lambda f_\lambda k \sqrt{\frac{k}{\varepsilon} \cdot \frac{\overline{t^2}}{\varepsilon_\theta}} \quad (3.33)$$

Adaption des Transportmodells

Gleichung 3.33 beinhaltet neben der Modellierungskonstante C_λ noch eine nicht-lokale Wanddämpfungsfunktion f_λ . Die Benutzung einer Wanddämpfungsfunktion ist aus Sicht der Anwendung in Turbomaschinen problematisch, da sie die Kenntnis des Wandabstands voraussetzt. Beispielsweise in abgelösten Strömungen ist der Wandabstand nicht eindeutig bestimmbar. Aus diesem Grund ist eine Umformulierung des Modells nach Nagano nötig. Diese Umformulierung soll nachfolgend verkürzt erläutert werden, die ausführliche Herleitung findet sich bei [54]. Modernere Wirbelviskositätsmodelle wie das Wilcox $k\omega$ -Modell oder das Menter SST $k\omega$ -Modell, kommen ohne Wanddämpfungsfunktion aus, da sie mit einer spezifischen Dissipationsrate formuliert sind. In Analogie zur Herleitung des $k\omega$ -Modells wurde die spezifische Dissipationsrate der Temperaturfluktuationen ω_θ eingeführt.

$$\omega_\theta = \frac{k_\theta}{\varepsilon_\theta} C_\theta \quad (3.34)$$

Außerdem wird eine konstante spezifische Wärmekapazität c_p angenommen, in TRACE wird anstelle der Temperaturleitfähigkeit α_t die Wärmeleitfähigkeit λ_t verwendet. Es ergibt sich die neue Modellformulierung ohne Wanddämpfungsfunktion:

$$\lambda_t = \rho c_p C_\lambda k \sqrt{\frac{1}{\omega_\theta \omega} \cdot \frac{1}{C_\omega C_\mu}} \quad (3.35)$$

Die auf ω_θ -Basis umformulierten Transportgleichungen lauten:

$$\rho \frac{Dk_\theta}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\lambda + \frac{\lambda_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k_\theta}{\partial x_j} \right\} + \lambda_t \left(\frac{\partial T}{\partial x_j} \right)^2 - k_\theta \omega_\theta \beta_\theta \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\omega_\theta}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\lambda + \frac{\lambda_T}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega_\theta}{\partial x_j} \right\} + 2\beta_{CG} \frac{\lambda_t}{k_\theta} \frac{\partial k_\theta}{\partial x_j} \frac{\partial \omega_\theta}{\partial x_j} \\ - \beta_{P\theta} \rho \frac{\omega_\theta}{k_\theta} \lambda_t \left(\frac{\partial T}{\partial x_j} \right)^2 + \beta_{PM} \rho \frac{\omega_\theta}{k} P \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) - \beta_{D\theta} \rho \omega_\theta^2 - \beta_{DM} \rho \omega_\theta \omega \end{aligned} \quad (3.37)$$

β_θ	C_λ	$\beta_{P\theta}$	β_{PM}	$\beta_{D\theta,i}$	$\beta_{DM,i}$	$\beta_{D\theta,a}$	$\beta_{DM,a}$	β_{CG}	$\sigma_k = \sigma_\omega$
0,135	0,147	0,35	0,28	0,064	0,047	0,0707	0,0514	1,0	5,0

Tabelle 3.1: Modellkonstanten im $k_\theta \omega_\theta$ -Modell

Kalibrierung des neuen Transportmodells

In den umformulierten Transportgleichungen für die Temperaturvarianz k_θ (Gleichung 3.36) und der spezifische Dissipationsrate ω_θ (Gleichung 3.37) gibt es neue Koeffizienten, die eine erneute Kalibrierung des gesamten Modells erfordern. Die Kalibrierung dieser Konstanten erfolgt sowohl anhand analytischer Überlegungen als auch empirisch mithilfe modular gestalteter Testfälle.

Die Modellierungskonstanten für die Destruktionsterme in Gleichung 3.37 können analytisch hergeleitet werden: Das thermisch-mechanische Zeitskalenverhältnis R ist definiert als $R = \frac{\omega}{\omega_\theta} \frac{\beta_k}{\beta_\theta}$. Aus experimentellen Untersuchungen von Warhaft und Lumley [64] ist bekannt, dass R einen konstanten Wert zwischen 0.67 und 2.38 in homogener, gittergenerierter Turbulenz annimmt. In dieser Modellbildung wird $R = 1.5$ angenommen. Kombiniert man das thermisch-mechanische Zeitskalenverhältnis mit der Definition der Prandtlzahl, dann kann die Modellkonstante C_λ hergeleitet werden. Unter Annahme einer turbulenten Prandtlzahl (für die wandferne Strömung) $Pr_t = 0.5$ ergibt sich:

$$C_\lambda = \frac{\beta_k}{Pr_t \sqrt{R}} \quad (3.38)$$

In homogener, gittergenerierter Turbulenz können die gradientenbasierten Terme aus Gleichung 3.37 vernachlässigt werden. Die Modellierungskonstanten der Destruktionsterme werden wie mit den Transportgleichungen der beiden spezifischen Dissipationsraten ω und ω_θ bestimmt:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -\beta_\omega \omega^2 \quad (3.39)$$

Mit dem Zeitskalenverhältnis $R = \frac{\omega}{\omega_\theta} \frac{\beta_k}{\beta_\theta}$ ergibt sich

$$\frac{\partial (R\omega_\theta \frac{\beta_k}{\beta_\theta})}{\partial t} = -\beta_\omega (R\omega_\theta \frac{\beta_k}{\beta_\theta})^2 \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial \omega_\theta}{\partial t} = -\beta_{D\theta} \omega_\theta^2 - \beta_{DM} \omega_\theta \omega = - \left(\beta_{D\theta} + \beta_{DM} R \frac{\beta_\theta}{\beta_k} \right) \omega_\theta^2 \quad (3.41)$$

Eine Kombination der beiden Gleichungen 3.40 und 3.41 führt zu

$$\frac{\beta_\theta}{\beta_k} R (\beta_\omega - \beta_{DM}) = \beta_{D\theta} \quad (3.42)$$

Die beiden Konstanten β_{DM} und $\beta_{D\theta}$ können mit Gleichung 3.42 und der Rate der Destruktionsterme aus dem ursprünglichen Modell von Nagano [45] zu $\frac{C_{D1}}{C_{D2}} = \frac{\beta_{D\theta}}{\beta_{DM}} = \frac{11}{8}$ bestimmt werden. Aus dem thermisch-mechanischen Zeitskalenverhältnis wird β_θ mit $\beta_\theta = R\beta_k$ bestimmt. Die in Tabelle 3.1 aufgeführten Konstanten wurden für eine Anwendung in Kombination mit dem Menter SST Modell kalibriert. Da das Menter SST Modell über die F1-Funktion zwischen inneren und äußeren Konstanten schaltet, benötigt auch das $k_\theta\omega_\theta$ -Modell Werte für innere und äußere Konstanten. Die inneren und äußeren Konstanten sind in Tabelle 3.1 mit einem Index gekennzeichnet.

Den verbleibenden Konstanten in den Termen der ω_θ -Gleichung können unterschiedliche Mechanismen, z.B. die Produktion von ω_θ aufgrund von Temperaturgradienten oder die Produktion von ω_θ aufgrund von Geschwindigkeitsgradienten, zugeordnet werden. Für die Kalibrierung dieser Modellkonstanten wurden Testfälle benutzt, in denen je ein Produktionsmechanismus dominiert. Für die Produktion aufgrund Temperaturgradienten $\beta_{p\theta}$ wurde ein thermischer Freistrah gewöhlt. Der Testfall entspricht dem Freistrah, der im nachfolgenden Kapitel 5 diskutiert wird, besitzt im heißen Bereich jedoch keinen Impulsüberschuss. Das Strömungsfeld des thermischen Freistrahls hat vernachlässigbare Geschwindigkeitsgradienten, dass lediglich die Produktion aufgrund Temperaturgradienten relevant ist. Die Konstante $\beta_{p\theta}$ beeinflusst die Abklingrate der Temperaturvarianz in Strömungsrichtung. Die beiden Diffusionskoeffizienten σ_k und σ_ω beeinflussen die seitliche Ausdehnung der Temperaturschicht. Die Kalibration erfolgt mit Messdaten von LaRue und Libby [37] sowie DNS-Daten nach de Bruyn et al [14]. Die Konstante β_{PM} wird so gewöhlt, dass die dimensionslose Temperaturgrenzschicht und die Stantonzahlverteilung in der beheizten Wandgrenzschicht entsprechend den Korrelationen nach Kays et. al. [32] simuliert werden. Die Modellierungsergebnisse der beheizten Wandgrenzschicht finden sich ebenfalls im nachfolgenden Kapitel 5.

Das $k_\theta\omega_\theta$ -Modell liefert für das Strömungsfeld eine lokale turbulente Wärmeleitfähigkeit. Über Gleichung 3.30 lässt sich die resultierende turbulente Prandtlzahl berechnen. Da in die Berechnung der turbulenten Wärmeleitfähigkeit neben den Gleichungen für turbulente kinetische Energie und deren Dissipationsrate noch die Temperaturvarianz und deren Dissipationsrate eingehen, ist das Modell in der Lage Prandtlzahlen abweichend von 0.9 zu modellieren und somit die physikalischen Prozesse genauer abzubilden. Demgegenüber stehen allerdings ein erheblich größerer Implementierungsaufwand, eine geringere numerische Robustheit und ein leicht erhöhter Rechenaufwand pro Zeitschritt für die Lösung der zusätzlichen beiden Transportgleichungen.

3.3.3 Generalisierte Gradientendiffusion

3.3.3.1 Modellierung nach Daly & Harlow

Ursprünglich geht die generalisierte Gradientenhypothese auf Batchelor [8] zurück. Daly und Harlow [15] kombinieren unter der Annahme homogener, stationärer Turbulenz und kleiner Temperaturvarianz die Transportgleichung eines passiven Skalars mit der Transportgleichung der Reynoldsspannungen. Es ergibt sich eine Approximation für die turbulente Diffusion von skalaren Größen. Da die Temperatur als passive skalare Größe betrachtet wird, ergibt sich für

den turbulenten Wärmestrom (wiedergegeben von [68]):

$$q_{ti} = \rho c_p C_\theta \frac{\overline{u'_i u'_j}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (3.43)$$

Die Modellierungskonstante C_θ wurde in TRACE auf den Wert 0.3 festgelegt.

Dieses Modell von Daly und Harlow stellt auf eine einfache Weise einen direkten algebraischen Zusammenhang zwischen dem Reynoldsspannungstensor und den turbulenten Wärmeflüssen her. Durch die einfache Form der Gleichung ist das Modell besonders leicht implementierbar. In Bezug auf die Rechenzeit ist das Modell nach Daly & Harlow mit den Prandtlzahlmodellen vergleichbar, da sich die Berechnung der turbulenten Wärmeflüsse lediglich auf eine algebraische Rechenoperation beschränkt.

3.3.3.2 Modellierung nach Younis et. al.

Die Modelle, die auf der generalisierten Gradientendiffusion basieren, sind in Lage Wärmeströme quer zur Richtung des Temperaturgradienten wiederzugeben. Aus Gleichung 3.29 wird direkt ersichtlich, dass ein Temperaturgradient in eine beliebige Raumrichtung turbulente Wärmeströme in alle drei Raumrichtungen induziert. Younis, Speziale und Clark [68] schlagen eine Erweiterung des Modells nach Daly & Harlow um weitere Terme vor, mit dem Ziel das Verhältnis von turbulentem Wärmestrom quer und in Strömungsrichtung genauer wiedergeben zu können.

$$-\overline{\rho u'_j h'} = \rho c_p \left[C_{t1} \frac{k}{\omega} \right] \frac{\partial T}{\partial x_i} + \rho c_p \left[C_{t2} \frac{\overline{u'_i u'_j}}{\omega} + C_{t3} \frac{k}{\omega^2} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{t4} \frac{P_{ij}}{\omega^2} \right] \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (3.44)$$

Das Modell ist aus der vollen Skalarflussgleichung hergeleitet, mit der Absicht die verschiedenen Produktions- und Destruktionsmechanismen mithilfe der Tensorrepräsentationstheorie mit höherer Genauigkeit wiederzugeben. Zusätzlich zu dem zweiten Modellterm, der in identischer Form, jedoch mit anderer Modellkonstante, bereits im Modell nach Daly und Harlow zu finden ist, berücksichtigen Younis et. al. Beiträge aufgrund der Scherrate und der Produktionsrate für Reynoldsspannungen. Younis, Weigand und Spring [67] stellen eine Modifikation für dieses Modell vor, mit dem Ziel, die wandnahe Strömung korrekt darzustellen. Diese Modifikation beeinflusst den isotropen Term, dessen Koeffizient C_{t1} mithilfe des Stress-Flatness-Parameters A in Wandnähe gedämpft wird:

$$C_{t1} = \tilde{C}_{t1} \left\{ 1 - e^{-\beta A (Re_t Pr^\alpha)} \right\} \quad (3.45)$$

Die Wanddämpfungsfunktion berechnet sich mit der turbulenten Reynoldszahl Re_t und dem Reynoldsspannungsanisotropietensor A_{ij} sowie dessen zweite und dritte Invariante A_2 und A_3

$$A = 1 - \frac{9}{8} (A_2 - A_3) \quad (3.46)$$

$$Re_t = \frac{k}{c_\mu \nu \omega} \quad (3.47)$$

$$A_{ij} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \quad (3.48)$$

$$A_2 = A_{ij} A_{ij} \quad (3.49)$$

$$A_3 = A_{ij} A_{ij} A_{ij} \quad (3.50)$$

sowie den Modellkonstanten $\alpha = 0.1$ und $\beta = 1.5$.

Die Modellkonstanten wurden durch Younis, Speziale und Clark [68] mithilfe skalenauflösender Rechnungen für eine homogene Strömung mit konstanten Schubgeschwindigkeiten unter Annahme eines passiven Skalars kalibriert und lauten:

C_{t1}	C_{t2}	C_{t3}	C_{t4}
-0.0455	0.373	-0.00373	-0.0235

Tabelle 3.2: Modellkonstanten des Younis-Modells

Robustheit der expliziten algebraischen Wärmeflussmodelle

Sowohl das Modell nach Daly & Harlow als auch das Modell nach Younis et. al. sind explizite algebraische Modelle. Die Modelle verwenden den Reynoldsspannungstensor, um daraus die Wärmeflüsse direkt zu berechnen. Die iterative Lösung einer Transportgleichung ist nicht nötig. Das steigert die numerische Robustheit und senkt die Rechenzeit im Vergleich zu Transportgleichungsmodellen. Die Modellierung von Wärmeflüssen über die generalisierte Gradientendiffusion erfolgt typischerweise in Kombination mit einem expliziten oder differentiellen Reynoldsspannungsmodell, welches maßgeblich für die numerische Robustheit der Modellkombination verantwortlich ist.

In der praktischen Anwendung im TRACE Code hat sich gezeigt, dass die Modelle der generalisierten Gradientendiffusion in einzelnen Netzzellen zu Wärmeflüssen entgegen des mittleren Temperaturgradienten führen kann. Bei der iterativen Lösung kann dieser Wärmefluss zu starken Temperatur- und Dichteschwankungen und damit zum Abbruch der Rechnung führen.

Wärmeflüsse entgegen dem mittleren Temperaturgradienten können in reagierenden Strömungen auftreten, in denen ein großer Wärmeeintrag stattfindet. Libby und Bray [40] beobachten in einer vorgemischten Flamme den Transport von Reaktionsprodukten entgegen dem mittleren Konzentrationsgradienten. Für nichtreagierende Strömungen kann ein Wärmefluss entgegen dem mittleren Temperaturgradienten jedoch ausgeschlossen werden.

Um turbulente Wärmeflüsse entgegen dem mittleren Temperaturgradienten zu detektieren werden die Wärmeflussvektoren nach einfacher Gradientendiffusion \dot{q}_{SGD} und nach generalisierter Gradientendiffusion \dot{q}_{GGD} sowie deren Winkel α berechnet. Anhand des Vorzeichens des Skalarprodukts der Vektoren kann deren Orientierung zueinander bewertet werden. Sollte ein turbulenter Wärmefluss entgegen dem mittleren Temperaturgradienten auftreten (vgl. Fall I Abbildung 3.1), wird anstelle des Wärmeflussvektors nach generalisierter Gradientendiffusion \dot{q}_{GGD} der Wärmeflussvektor nach einfacher Gradientendiffusion \dot{q}_{SGD} verwendet (vgl. Fall II Abbildung 3.1). Die Anwendung im CFD-Löser hat gezeigt, dass die stabilisierte generalisierte Gradientendiffusion numerisch genauso robust ist wie die einfache Gradientendiffusion.

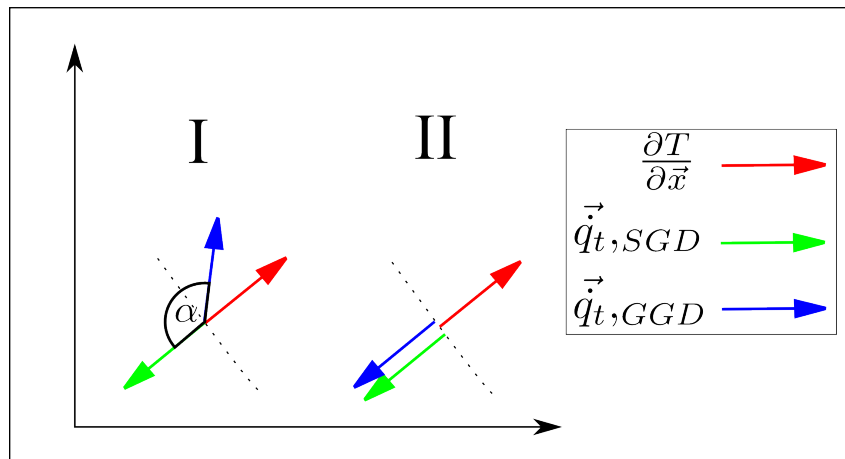


Abbildung 3.1: Limiterung von Wärmeflüssen entgegen des mittleren Temperaturgradienten

4 Strömungslöser

In dieser Arbeit wird der Strömungslöser TRACE verwendet. TRACE (Turbomachinery Research Aerodynamic Computational Environment) wird am DLR Institut für Antriebstechnik entwickelt und findet Anwendung sowohl in der Forschung als auch im industriellen Design von Turbomaschinen. TRACE ist ein Finite-Volumen-Strömungslöser für die dreidimensionalen gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (vgl. Kapitel 3 Gleichungen 3.11, 3.12 und 3.13). Um große Testfälle effizient parallel abzuarbeiten wird eine Blockstrukturierung verwendet. Die Berechnung erfolgt sowohl auf strukturierten als auch auf unstrukturierten Netzen.

Im diesem Kapitel werden die grundlegenden numerischen Methoden erläutert, die im Rahmen der Validierungsrechnungen von Bedeutung sind.

4.1 Koordinatentransformation

In einem Finite-Volumen-Verfahren wird das Rechengebiet in ein Gitter zerlegt, auf dessen Zellzentren der Strömungszustand berechnet wird. Für die Berechnung wird das in kartesischen Koordinaten vorliegende Strömungsgitter (x, y, z) in ein generalisiertes kurvilineares System (ξ, η, ζ) transformiert, was zu erheblichen Vereinfachungen bei der Berechnung von Gradienten führt.

$$\xi = \xi(x, y, z) \quad \eta = \eta(x, y, z) \quad \zeta = \zeta(x, y, z) \quad (4.1)$$

Die Ableitungen in den kurvilinearen Koordinaten berechnen sich wie folgt

$$\begin{pmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Die Determinante der inversen Transformationsmatrix, die Jacobi-Determinante J , enthält die Information des Zellvolumens.

4.2 Diskretisierung

Bei den favregemittelten Navier-Stokes-Gleichungen handelt es sich sowohl um räumlich als auch um zeitlich kontinuierliche Formulierungen. Um die Gleichungen numerisch berechnen zu können, werden die Gleichungen örtlich und zeitlich in eine diskrete Form überführt.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \left(\frac{\partial E_x}{\partial \xi} + \frac{\partial E_y}{\partial \eta} + \frac{\partial E_z}{\partial \zeta} \right) - \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial D_x}{\partial \xi} + \frac{\partial D_y}{\partial \eta} + \frac{\partial D_z}{\partial \zeta} \right) - S = 0 \quad (4.3)$$

Dabei ist \vec{Q} der Lösungsvektor

$$\vec{Q} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v_{rel} \\ \rho w_{rel} \\ \rho E_{rot} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

In TRACE werden die Gleichungen in einem mitrotierenden Koordinatensystem gelöst. Die Rotation erfolgt um die x-Achse mit der Geschwindigkeit Ω_x . Die beiden Relativgeschwindigkeiten v_{rel} und w_{rel} sind gegeben durch

$$\begin{aligned} v_{rel} &= v_{abs} + \omega_x z \\ w_{rel} &= w_{abs} + \omega_x y \end{aligned} \quad (4.5)$$

Der Vektor \vec{E} der konvektiven (reibungsfreien) Flüsse lautet

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \rho U \\ \rho U u + \xi_x p \\ \rho U v_{rel} + \xi_y p \\ \rho U w_{rel} + \xi_z p \\ U(\rho E_{rot} + \xi_t p) \end{pmatrix} & E_y &= \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \rho V \\ \rho V u + \eta_x p \\ \rho V v_{rel} + \eta_y p \\ \rho V w_{rel} + \eta_z p \\ V(\rho E_{rot} + \eta_t p) \end{pmatrix} \\ & & E_z &= \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \rho W \\ \rho W u + \zeta_x p \\ \rho W v_{rel} + \zeta_y p \\ \rho W w_{rel} + \zeta_z p \\ W(\rho E_{rot} + \zeta_t p) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Der Vektor \vec{D} der dissipativen (reibungsbefahenen) Flüsse lautet

$$D_x = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} + \xi_z \tau_{xz} \\ \xi_x \tau_{xy} + \xi_y \tau_{yy} + \xi_z \tau_{yz} \\ \xi_x \tau_{xz} + \xi_y \tau_{yz} + \xi_z \tau_{zz} \\ \xi_x C_x + \xi_y C_y + \xi_z C_z \end{pmatrix} \quad D_y = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} + \eta_z \tau_{xz} \\ \eta_x \tau_{xy} + \eta_y \tau_{yy} + \eta_z \tau_{yz} \\ \eta_x \tau_{xz} + \eta_y \tau_{yz} + \eta_z \tau_{zz} \\ \eta_x C_x + \eta_y C_y + \eta_z C_z \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

$$D_z = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} 0 \\ \zeta_x \tau_{xx} + \zeta_y \tau_{xy} + \zeta_z \tau_{xz} \\ \zeta_x \tau_{xy} + \zeta_y \tau_{yy} + \zeta_z \tau_{yz} \\ \zeta_x \tau_{xz} + \zeta_y \tau_{yz} + \zeta_z \tau_{zz} \\ \zeta_x C_x + \zeta_y C_y + \zeta_z C_z \end{pmatrix}$$

Dabei ist \vec{S} der Quellterm der die Coriolis- und Zentrifugalkräfte infolge der Rotation um die x-Achse beschreibt

$$S = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho \Omega (y \Omega + 2w) \\ \rho \Omega (v \Omega - 2v) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Die Energieströme lauten

$$\begin{aligned} C_x &= u \tau_{xx} + v_{rel} \tau_{xy} + w_{rel} \tau_{xz} + q_x \\ C_y &= u \tau_{xy} + v_{rel} \tau_{yy} + w_{rel} \tau_{yz} + q_y \\ C_z &= u \tau_{xz} + v_{rel} \tau_{yz} + w_{rel} \tau_{zz} + q_z \end{aligned} \quad (4.9)$$

Die kontravarianten Geschwindigkeiten U,V,W lauten

$$\begin{aligned} U &= \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w \\ V &= \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w \\ W &= \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w \end{aligned} \quad (4.10)$$

und der relativen Totalenergie

$$E_{rot} = e + \frac{u^2 + v^2 + w^2 - (\Omega r)^2}{2} \quad (4.11)$$

4.2.1 Ortsdiskretisierung

In einem Finite-Volumen-Schema wird das Simulationsgebiet in Kontrollvolumina unterteilt. In TRACE erfolgt diese Unterteilung durch tetraedrische sowie hexaedrische Zellen. Danach wird für das jeweilige Volumenelement die Integralform der Erhaltungsgleichung 4.3 betrachtet. Dazu muss die Gleichung 4.3 zunächst in eine Integralform überführt werden. Unter Verwendung des Gauß'schen Integralsatzes ergibt sich:

$$\int_V \nabla \cdot \vec{Q} dV + \int_O \Psi \cdot n dO = \int_V S dV \quad (4.12)$$

Dabei bezeichnet Ψ den generalisierten Fluss, der sich aus den konvektiven- und den diffusiven Flüssen zusammensetzt. Mit dem Satz von Gauß wird ein Zusammenhang zwischen dem Volumenintegral der Divergenz eines Vektorfelds und dem Oberflächenintegral der normal zu der Oberfläche hindurchfließenden Flüsse des betrachteten Volumenelements hergestellt. TRACE ist zellzentriert formuliert. Das heißt, der Strömungszustand wird auf dem Zellzentrum ausgewertet.

Angenommen es handelt sich bei dem Volumenelement um ein Hexaeder mit $m = 6$ Seitenflächen in einem ijk-strukturierten Netz, dann lässt sich Gleichung 4.12 umformulieren zu:

$$\frac{\partial}{\partial t} Q_{ijk} V_{ijk} + \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^6 (\Psi_{ml} O_{ml})_{ijk} - S_{ijk} \cdot V_{ijk} = 0 \quad (4.13)$$

Die Flüsse auf einer Zellseitenfläche hängen von dem Strömungszustand der zugehörigen Nachbarzellen ab. Bei der Flussberechnung wird zwischen diffusiven und konvektiven Flüssen unterschieden. Die konvektiven Anteile werden mit einem total variation diminishing (TVD) Roe-upwind Schema in Verbindung mit einer MUSCL-Extrapolation zweiter Ordnung approximiert. Die diffusiven Flüsse werden über zentrale Differenzen diskretisiert.

Auch die konvektiven Flüsse der Turbulenz- und Wärmeflusstransportmodellierung werden über ein MUSCL-Schema unter zusätzlicher Verwendung eines Limiters diskretisiert. Detailliertere Informationen zu der in TRACE verwendeten Ortdiskretisierung und ein Vergleich zu anderen Verfahren findet sich bei Kügeler [36] .

4.2.2 Zeitdiskretisierung

Bei Gleichung 4.13 handelt es sich um ein System aus hyperbolischen Differentialgleichungen. Zur Lösung kommt ein Zeitschrittverfahren zum Einsatz. Hierbei muss zwischen zeitunabhängigen (stationären) und zeitabhängigen (instationären) Problemstellungen unterschieden werden.

Bei stationären Rechnungen wird die Zeitableitung als Iterationsterm benutzt. In dieser Arbeit wird bei stationären Rechnungen ein implizites Zeitintegrationsverfahren, das Prädiktor-Korrektor-Verfahren (vgl. Kügeler [36]), verwendet.

Im instationären Fall wird auf Basis einer Ausgangslösung ein Anfangswertproblem gelöst. In TRACE wird ein Dual Time Stepping Verfahren eingesetzt. Für die Diskretisierung kommt ein zweite Ordnung genaues implizites Euler-Rückwärts-Verfahren (BDF2) zum Einsatz (siehe Ashcroft et. al. [5]).

TRACE verwendet ausschließlich implizite Verfahren, da sie in der Theorie uneingeschränkt numerisch stabil sind. Die implizite Zeitdiskretisierung benötigt zwar mehr Arbeitsspeicher, eignet sich aber gut für verschiedene Beschleunigungstechniken. (vergleiche [46] [47])

4.3 Randbedingungen

Um den Aufwand einer numerischen Simulation von Turbomaschinen oder einzelner Komponenten zu begrenzen, beschränkt man sich auf einen für die Simulation relevanten Ausschnitt, das sogenannte Rechenggebiet. Am Rand dieses Rechengebiets müssen Randbedingungen definiert werden, die die Informationen über den aero- bzw. thermodynamischen Zustand der Strömung enthalten. Die in TRACE verwendeten Randbedingungen basieren auf den Charakteristiken der akustischen, Entropie- und Wirbelstärkewellen.

Bei der numerischen Simulation von Turbomaschinen muss aufgrund der Komplexität der Geometrie, der Wahl der Randbedingungen besondere Beachtung geschenkt werden. Typischerweise betrachtet man den Ringraum mit einer darin befindlichen Schaufelreihe. Die wichtigsten Randbedingungen in einer Turbinenstufe sind: Ein- und Austrittsränder, an die sich eine andere Schaufelreihe oder Turbomaschinenkomponente anschließt; Festkörperwände an Schaufeln, der Nabe und dem Gehäuse und periodische und Symmetrieränder zwischen benachbarten Schaufeln einer Stufe.

Ein- und Austrittsrandbedingungen

Für die Bestimmung des Strömungszustands werden in TRACE am Eintrittsrand Totaldruck, Totaltemperatur, ein radialer und ein Umfangswinkel vorgegeben. Für Turbulenzmodelle auf Transportgleichungsbasis werden entsprechend der Anzahl der Transportgleichungen weitere Informationen benötigt. So legt man für Zweigleichungsmodelle den Turbulenzgrad und das turbulente Längenmaß am Einströmrand fest und berechnet daraus die turbulente kinetische Energie und die spezifische Dissipationsrate. Am Austrittsrand wird der statische Druck vorgegeben.

Eine Besonderheit in Turbomaschinen ist, dass Ein- und Ausströmränder in der Regel sehr nah vor bzw. nach der Schaufel, und damit unmittelbar in dem von der Schaufel gestörten Bereich, liegen. Dieser künstlich in das Strömungsfeld eingeführte Rand muss Störungen reflektionsfrei aus dem Gebiet herausführen können. Reflektionen würden die Lösungsqualität in erheblichem Maße verschlechtern. TRACE verwendet die nicht-reflektierenden Randbedingungen nach der Theorie von Giles ([21] [22]). Details zu Umsetzung in TRACE finden sich bei Robens [53].

Festkörperwände

Die Schaufel und die Naben- und Gehäusewand sind Festkörperwände. An diesen Wänden wird die Haftbedingung vorgeschrieben, das bedeutet, dass die Geschwindigkeit auf der Wand genau Null sein muss. Da in zellzentrierten Finite-Volumen-Verfahren jedoch lediglich die Zellzentren Strömungsinformationen besitzen, gibt es keine Information genau auf der Wand. Auf dem Zellzentrum der Geisterzelle, jenseits der Festkörperwand, wird der Vektor der Strömungsgeschwindigkeit genau auf den negativen Betrag der ersten Strömungszelle gesetzt. Man erreicht damit, dass auf der Wand die Strömungsgeschwindigkeit genau Null ist. Ebenfalls mithilfe der Geisterzellen wird die Temperatur auf der Wand festgelegt. Mit Hilfe des Fourier'schen Gesetzes 4.14

$$\dot{q} = -\lambda \frac{T_{EZ} - T_{GZ}}{x_{EZ} - x_{GZ}} \quad (4.14)$$

kann der Wärmestrom über die Wand \dot{q} , über die Wahl der Temperaturen von Geisterzelle T_{GZ} und erster Zelle im Strömungsgebiet T_{EZ} festgelegt werden. Dabei wird eine von drei möglichen Randbedingungen festgelegt: adiabate Wände $\dot{q} = 0$, konstante Wandtemperatur oder konstanter Wärmestrom.

Block-, Periodizitäts- und Symmetrierandbedingungen

Das Konzept der Geisterzellen kommt ebenfalls an Block-, Periodizitäts- und Symmetrierandbedingungen zum Einsatz. Bei einem Verfahren zweiter Ordnung wird an den Blockrändern der Strömungszustand der beiden letzten Zellschichten auf die Geisterzellen des Nachbarblocks kommuniziert. Am periodischen Rand einer Schaufel wird der Geschwindigkeitsvektor um eine Teilung gedreht. Bei symmetrischen Rändern wird nur die Normalkomponente des Geschwindigkeitsvektors in die Geisterzellen kopiert.

5 Basisvalidierung

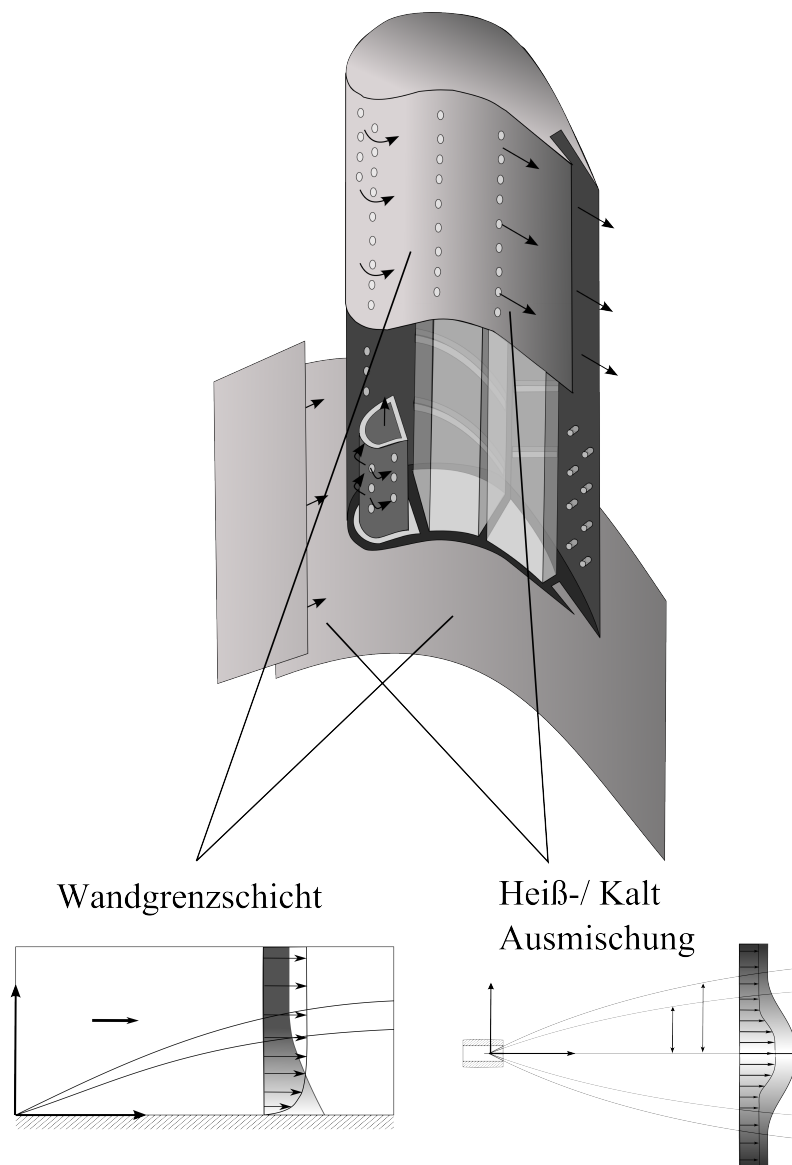


Abbildung 5.1: Basistestfälle der Hochdruckturbine

In Abbildung 5.1 ist eine gekühlte Turbine schematisch dargestellt. Die Abbildung soll die Test- und Validierungsstrategie verdeutlichen, die für die verschiedenen in dieser Arbeit untersuchten Turbulenzmodellkombinationen gewählt wurde. In diesem Kapitel wird die grundlegende Funktionalität an den Basistestfällen wandgebundene Grenzschicht und turbulenter Freistrahл getestet. Die daraus gewonnenen Erkenntnisse lassen sich direkt auf die Rechnung einer vollständigen Turbine anwenden.

5.1 Modellkombinationen

Alle nachfolgend gezeigten Validierungsrechnungen basieren auf einer Kombination aus Wärmefluss- und Turbulenzmodellierung. Es werden 6 Modellierungen für den turbulenten Wärmefluss mit 3 Turbulenzmodellen kombiniert. Aufgrund der Vielzahl an Kombinationsmöglichkeiten werden lediglich ausgewählte Modellkombinationen miteinander verglichen. Diese Kombinationen sind in den nächsten Abschnitten beschrieben. Die Bezeichnungen sind in Tabelle 5.1 aufgeführt.

5.1.1 Einfache Gradientendiffusion

Eine Modellierung des turbulenten Wärmeflusses über eine konstante Prandtlzahl von 0.9 ist derzeit Industriestandard. Alle Turbulenzmodelle, das Menter SST, das explizite algebraische Reynoldsspannungsmodell Hellsten EARSIM und das differentielle Reynoldsspannungsmodell SSG/LRR- ω werden daher mit einer Wärmeflussmodellierung über eine konstante Prandtlzahl von 0.9 kombiniert. Für freie Scherströmungen schlägt Schlichting [58] die Wahl einer konstanten Prandtlzahl von 0.5 vor. Für den heißen Jet wird daher das Menter SST-Modell mit einer konstanten Prandtlzahl von 0.5 kombiniert. Das Prandtlzahlmodell nach Kays & Crawford zielt darauf ab, die Modellierung der Wandgrenzschicht zu verbessern. Die Leistungsfähigkeit dieses Modellierungsansatzes wird im Zusammenhang mit dem Menter SST-Turbulenzmodell überprüft und mit der konstanten Prandtlzahl verglichen. Das komplexeste Modell, welches auf der einfachen Gradientendiffusion basiert, ist das $k_\theta \omega_\theta$ -Zweigleichungsmodell. Die Berechnung von zwei Transportgleichungen ermöglicht die Simulation einer angepassten turbulenten Prandtlzahl im gesamten Strömungsfeld. Auch dieses Modell wird zusammen mit dem Menter SST-Turbulenzmodell validiert und gegenüber den einfacheren Prandtlzahlmodellierungen bewertet.

5.1.2 Generalisierte Gradientendiffusion

Die beiden expliziten algebraischen Wärmeflussmodelle, das Daly & Harlow Modell und das Modell nach Younis, nutzen die Information des gesamten Reynoldsspannungstensors um den Vektor des turbulenten Wärmeflusses zu berechnen. Der Reynoldsspannungstensor wird von zwei verschiedenen Reynoldsspannungsmodellen, dem expliziten algebraischen Reynoldsspannungsmodell nach Hellsten und dem differentiellen Reynoldsspannungstransportmodell SSG/LRR- ω berechnet. Die Simulationsergebnisse mit den expliziten algebraischen Wärmeflussmodellierung werden bewertet im Vergleich zu den Ergebnissen aus einer Modellierung mit der Prandtlzahl von 0.9.

Turbulenzmodellierung	Wärmeflussmodellierung	Abkürzung
Wirbelviskositätsmodellierung Menter SST [44] Menter SST [44]	Prandtlzahl $Pr_t = 0.9/0.5$ Kays & Crawford [31]	SST-PRT / SST-PRT05 SST-KC
Wirbelviskositätsmodellierung Menter SST [44]	Wirbeldiffusivitätsmodellierung Nagano $k_\theta \omega_\theta$ [54]	SST-ECTM
Expl. algebraische Reynoldsspannungsmodellierung Hellsten EARSM [27]	Prandtlzahl $Pr_t = 0.9$	EARSM-PRT
Expl. algebraische Reynoldsspannungsmodellierung Hellsten EARSM [27] Hellsten EARSM [27]	Expl. algebraische Wärmeflussmodellierung Daly & Harlow [15] Younis et. al. [68]	EARSM-DH EARSM-YSC
Differentielle Reynoldsspannungsmodellierung SSG/LRR ω [18]	Prandtlzahl $Pr_t = 0.9$	SSGLRR-PRT
Differentielle Reynoldsspannungsmodellierung SSG/LRR ω [18] SSG/LRR ω [18]	Expl. algebraische Wärmeflussmodellierung Daly & Harlow [15] Younis et. al. [68]	SSGLRR-DH SSGLRR-YSC

Tabelle 5.1: Modellkombinationen und Bezeichnungen

5.2 Strömung über eine ebene Platte

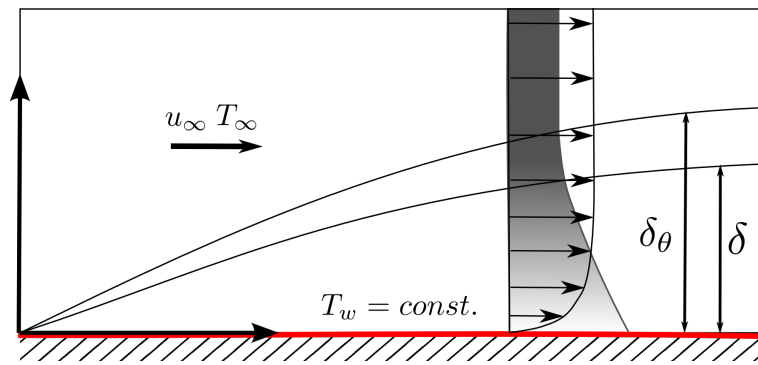


Abbildung 5.2: Beheizte Strömung über eine ebene Platte

Die anliegende Grenzschicht einer beheizten ebenen Platte ist ein Testfall von fundamentaler Bedeutung, um die über das Heißgas in die Schaufel eingetragene Wärmemenge bewerten zu können. Abbildung 5.2 zeigt eine anliegende Plattengrenzschicht. Die Anströmung erfolgt mit der Freistromgeschwindigkeit u_∞ und wird durch einen Pfeil angedeutet. Auf der Oberfläche wird eine konstante Wandtemperatur T_w vorgegeben, die sich von der Freistromtemperatur T_∞ unterscheidet. Es bilden sich eine thermische Grenzschicht und eine Strömungsgrenzschicht aus, die jeweils durch eine Linie angedeutet sind. Die beiden Grenzschichten unterscheiden sich in ihrer Dicke. Die thermische Grenzschicht besitzt bei Prandtlzahlen unter 1 eine größere Ausdehnung δ_θ als die Dicke der Strömungsgrenzschicht δ . In Strömungen dieser Art hat sich eine konstante Prandtlzahl als Standard etabliert. Je nach Literaturstelle findet man Werte zwischen 0.86 und 0.9. ([31][58])

5.2.1 Beschreibung des Testfalls

Als Grundlage für diesen Testfall dienen die Untersuchungen von Blair [11] [12]. Die Platte wird so beheizt, dass sich eine konstante Wandtemperatur von 313 K ergibt. Die Gesamtlänge der Platte beträgt 2.24 m mit einer unbeheizten Startstrecke von 0.043 m. Bei einer Geschwindigkeit von rund 30 m/s ergibt sich eine Reynoldszahl von rund $4.5 \cdot 10^6$. Das Netz besteht aus 60 Zellen in wandnormaler und 195 in wandparalleler Richtung. Die Wandgrenzschicht ist mit einer low-Reynolds Wandauflösung vernetzt. Die Ausdehnung der ersten Zelle beträgt $y^+ < 1$. Die Simulation wird bei einer Freistromturbulenzintensität von 2% ausgeführt. Aus der Korrelation nach Roach [52] lässt sich das turbulente Längenmaß bestimmen.

5.2.2 Diskussion des Geschwindigkeitsfelds

Der Einfluss der Wärmeflussmodellierung auf das Geschwindigkeitsfeld und die Reynoldsspannungen hat sich in diesem Testfall als vernachlässigbar erwiesen. Die in diesem Abschnitt diskutierten Rechnungen beschränken sich auf die drei Turbulenzmodellklassen: Wirbelviskositätsmodell, explizites algebraisches Reynoldsspannungsmodell und differentielles Reynoldsspannungsmodell. Alle Turbulenzmodelle wurden mit einer konstanten turbulenten Prandtlzahl von 0.9 kombiniert.

In den Abbildungen 5.3 und 5.4 ist der Reibungsbeiwert c_f der Plattengrenzschicht und das entdimensionalisierte Geschwindigkeitsprofil der Grenzschicht bei $Re_\Theta = 4500$ für alle Kombinationen aus Turbulenz- und Wärmeflussmodell dargestellt. In beiden Parametern ist kein

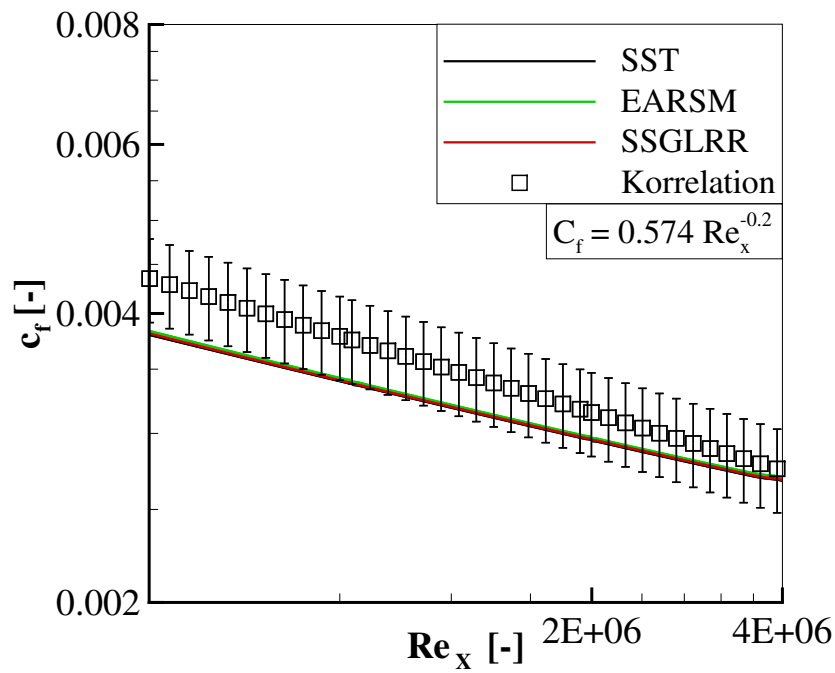


Abbildung 5.3: Reibungsbeiwert

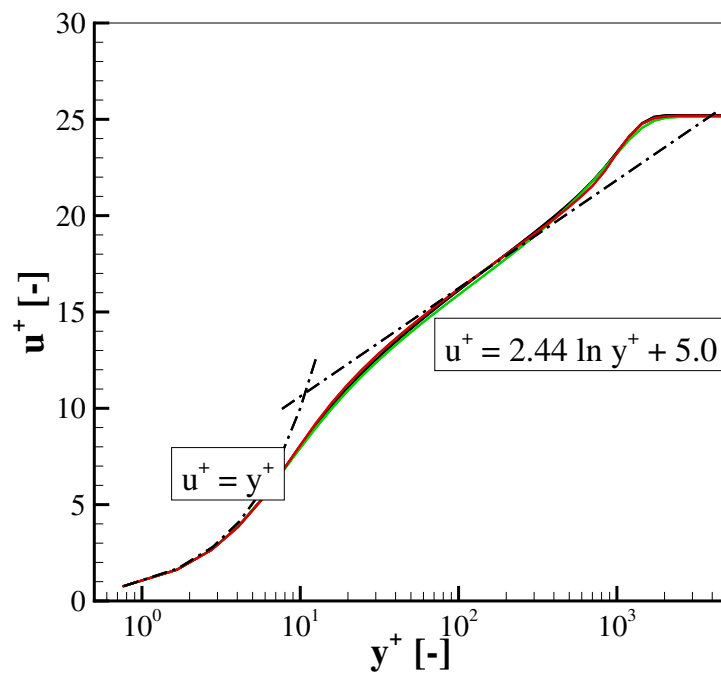


Abbildung 5.4: Geschwindigkeitsprofil

Unterschied zwischen den Modellen erkennbar. Der Reibungskoeffizient liegt leicht unter der Korrelation nach Kays ([32]) mit einer etwas geringeren Abklingrate, jedoch nahezu über die gesamte dargestellte Lauflänge innerhalb des 10% Fehlerbands. Die entdimensionalisierte Geschwindigkeit u^+ bei $Re_\Theta = 4500$ entspricht sowohl im logarithmischen als auch im linearen Teil den aus den Korrelationen ([32],[58]) bekannten Verläufen. Bei der Simulation des Rei-

bungskoeffizienten und des Geschwindigkeitsfelds erzielen alle Modellklassen vergleichbar gute Ergebnisse. Die gute Übereinstimmung von Messdaten und Simulation ist darin begründet, dass es sich bei der ebenen Platte um einen Kalibrierungstestfall handelt, an dem die Modellentwicklung erfolgt.

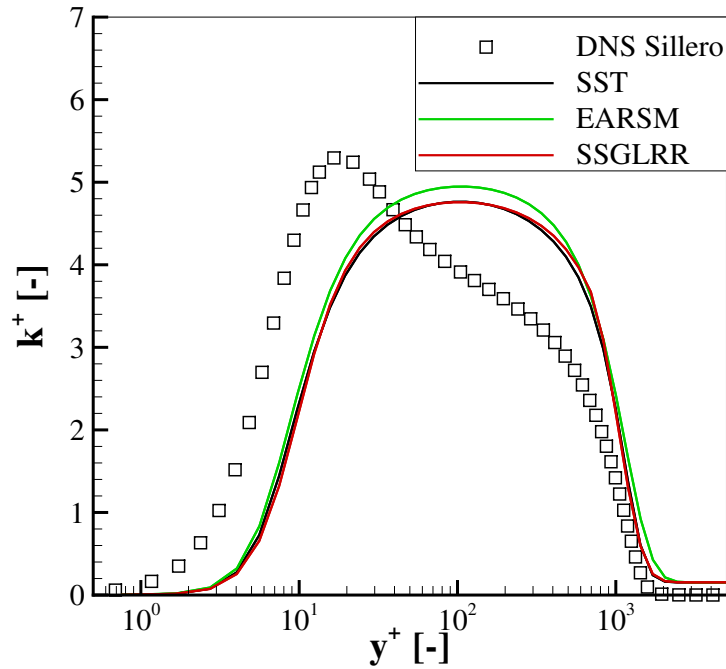


Abbildung 5.5: Turbulente kinetische Energie

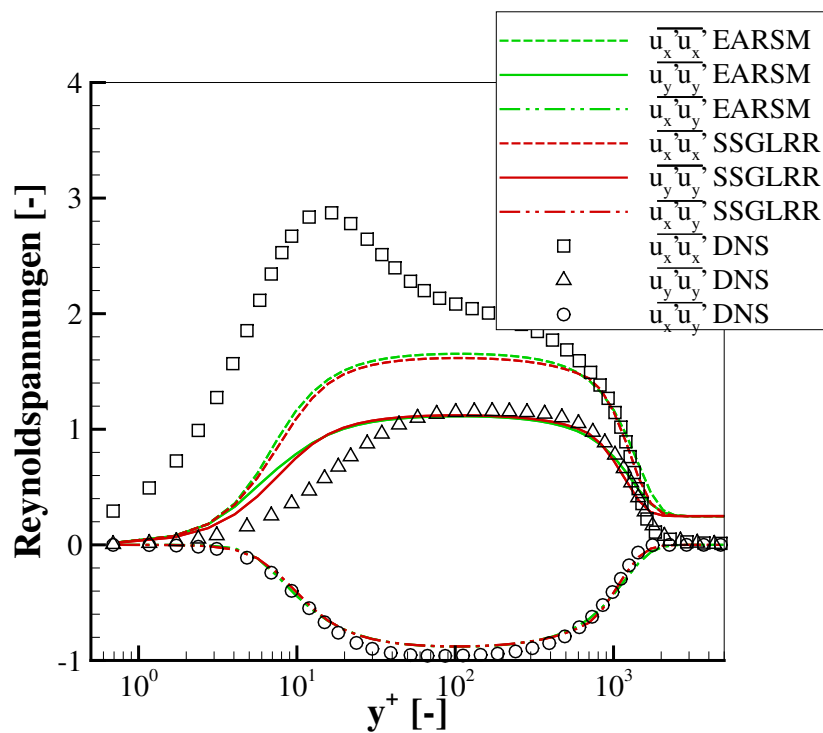


Abbildung 5.6: Reynoldsspannungskomponenten

In den Abbildungen 5.5 und 5.6 sind die turbulente kinetische Energie und ausgewählte Reynolds-

spannungskomponenten dargestellt, die die Ausgangsgrößen für die Berechnung der turbulenten Wärmeströme sind. Für die Berechnung des turbulenten Wärmestroms mit der einfachen Gradientendiffusion ist die turbulente kinetische Energie relevant. Der Vergleich mit den DNS Daten nach Sillero [60] zeigt die Leistungsfähigkeit der Modellansätze. Im Bereich zwischen linearem und logarithmischem Grenzschichtprofil in etwa zwischen $y^+ = 10$ und $y^+ = 40$ bleibt die turbulente kinetische Energie der RANS Simulationen unterhalb der DNS Werte. Dies wird kompensiert durch eine zu hoch vorhergesagte turbulente kinetische Energie innerhalb der logarithmischen Schicht. Für die Berechnung der turbulenten Wärmeströme nach der generalisierten Gradientendiffusion sind die einzelnen Reynoldsspannungskomponenten relevant. Im zweidimensionalen Fall wird im nachfolgenden Abschnitt 5.2.4 gezeigt, dass die Reynoldsspannungskomponente $u'_y u'_y$ für den turbulenten Wärmestrom in wandnormaler Richtung \dot{q}_y verantwortlich ist. Für die wandparallele Komponente des turbulenten Wärmestroms \dot{q}_x ist die Reynoldsspannungskomponente $u'_x u'_y$ verantwortlich.

In der Vorhersage der Reynoldsspannungskomponenten der Plattengrenzschicht unterscheidet sich das explizit algebraische Reynoldsspannungsmodell nur geringfügig vom differentiellen Reynoldsspannungsmodell. Beide Modelle zeigen insbesondere bei der $u'_x u'_x$ -Komponente deutliche Defizite in Wandnähe gegenüber den DNS-Daten. Die für den wandnormalen Wärmestrom wichtige $u'_y u'_y$ -Komponente wird durch beide Modelle gut wiedergegeben. Lediglich in der wandnahen Region um $y^+ = 10$ ist die modellierte $u'_y u'_y$ -Komponente größer als in der DNS. Die $u'_x u'_y$ -Komponente wird über die gesamte Grenzschicht von beiden Modellen übereinstimmend mit den DNS-Daten vorhergesagt.

5.2.3 Diskussion des Temperaturfelds

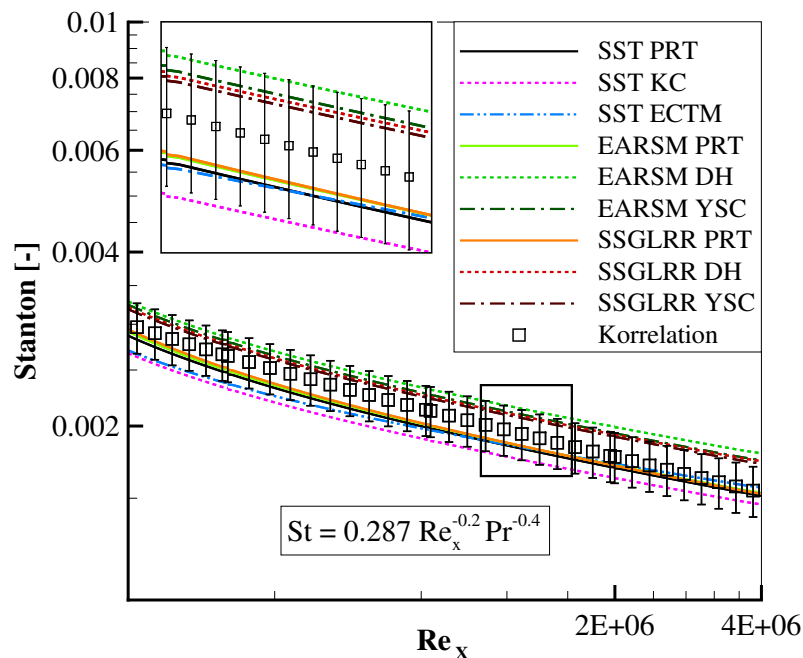


Abbildung 5.7: Stantonzahlen

In Abbildung 5.7 sind die Stantonzahlen der Plattengrenzschicht über die Reynoldszahl in Strömungsrichtung Re_x für alle Kombinationen aus Turbulenz- und Wärmeflussmodellierung

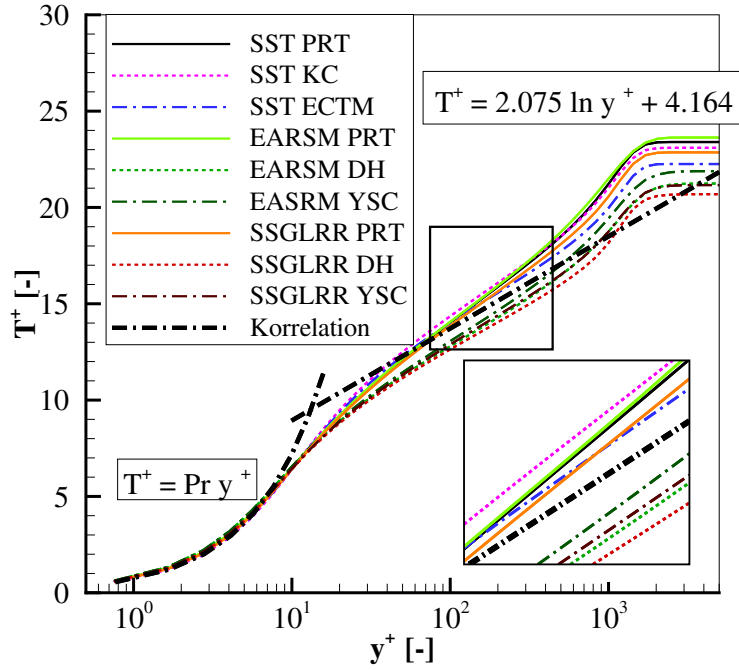


Abbildung 5.8: Dimensionslose Temperaturgrenzschicht

geplottet. Alle Modellergebnisse liegen innerhalb des 10% Fehlerbands um die Stantonzahlkorrelation von Kays & Crawford [31]:

$$St = 0.0287 Pr^{0.4} Re^{0.2} \quad (5.1)$$

Die Kurven lassen sich in zwei Gruppen unterteilen: Die Modellkombinationen mit der einfachen Gradientendiffusion sagen den Wärmeübergang niedriger voraus als die Korrelation. Die Rechnungen mit generalisierter Gradientendiffusion berechnen höhere Stantonzahlen als die Korrelation.

In Abbildung 5.8 ist die entdimensionalisierte Temperaturgrenzschicht bei $Re_\Theta = 4500$ gezeigt. Für die Entdimensionalisierung der Temperaturgrenzschicht wird in der Literatur (siehe Schlichting [58]) in Analogie zur Schubspannungsgeschwindigkeit eine sogenannte Reibungstemperatur $T_\tau = \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p u_\tau}$ eingeführt. Mit der Reibungstemperatur wird die dimensionslose Temperatur gebildet:

$$T^+ = \frac{T - T_\infty}{T_\tau} \quad (5.2)$$

Wie auch in Abbildung 5.7 kann eine Einteilung in die zwei Gruppen vorgenommen werden. Die Modelle mit einfacher Gradientendiffusion zeigen im logarithmischen Bereich etwas größere dimensionslose Temperaturen als die Korrelation. Die Modelle mit generalisierter Gradientendiffusion simulieren niedrigere dimensionslose Temperaturen.

Bei den Modellkombinationen, die die generalisierte Gradientendiffusion verwenden, wird der Wärmeeintrag in die Strömung erhöht. Damit steigt auch die Reibungstemperatur. Die Wandtemperatur und die Freistromtemperatur sind als feste Randbedingungen vorgeben. Die dimensionslose Temperatur sinkt entsprechend Gleichung 5.2 und verhält sich damit antiproportional zum Wärmestrom.

5.2.4 Turbulente Wärmeflüsse und die turbulente Prandtlzahl

Die Auswertung des Temperaturfelds der Wandgrenzschicht zeigt eine Zweiteilung der Modellkombinationen in Ergebnisse mit der einfachen und Ergebnisse mit der generalisierten Gradientendiffusion. Nachfolgend soll für den zweidimensionalen Fall gezeigt werden, wie sich Unterschiede in der Reynoldsspannungsverteilung auf den turbulenten Wärmeflussvektor auswirken.

Die Berechnung des turbulenten Wärmestroms nach der einfachen Gradientendiffusion erfolgt nach Gleichung 3.30. Der Temperaturgradient in wandparalleler Richtung ist innerhalb der Grenzschicht um mehrere Größenordnungen kleiner als der Temperaturgradient in wandnormaler Richtung. Aus diesem Grund kann für die ausgebildete Grenzschicht einer beheizten Platte in guter Näherung ein einachsiger Temperaturgradient in wandnormaler Richtung angenommen werden ($\frac{\partial T}{\partial y} \neq 0$ bzw. $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0$). Es ergibt sich für den zweidimensionalen Fall:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \dot{q}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{c_p \rho}{Pr_t} k \frac{\partial T}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

Die Berechnung der turbulenten Wärmeflüsse nach der generalisierten Gradientendiffusion erfolgt nach Gleichung 3.43. In Komponentenschreibweise lautet die Formulierung:

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_x \\ \dot{q}_y \\ \dot{q}_z \end{pmatrix} = -\frac{\rho c_p C_\Theta}{C_\mu} \begin{pmatrix} \frac{\overline{u'_x u'_x}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\overline{u'_x u'_y}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\overline{u'_x u'_z}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial z} \\ \frac{\overline{u'_y u'_x}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\overline{u'_y u'_y}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\overline{u'_y u'_z}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial z} \\ \frac{\overline{u'_z u'_x}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\overline{u'_z u'_y}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\overline{u'_z u'_z}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

Für den zweidimensionalen Fall ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_x \\ \dot{q}_y \end{pmatrix} = -\frac{\rho c_p C_\Theta}{C_\mu} \begin{pmatrix} \frac{\overline{u'_x u'_y}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial y} \\ \frac{\overline{u'_y u'_y}}{\omega} \frac{\partial T}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

Die turbulenten Wärmeflüsse für alle Modellkombinationen sind in den Abbildungen 5.9 und 5.10 gezeigt. Die Modellierungen mit konstanter turbulenter Prandtlzahl sagen alle nahezu identische Wärmeströme in y-Richtung vorher, da die turbulente kinetische Energie sich nur geringfügig voneinander unterscheidet. Im Vergleich zu der Rechnung mit einer konstanten turbulenten Prandtlzahl verlagern die Modellkombinationen SST-KC und SST-ECTM das Maximum des turbulenten Wärmeflusses zu kleineren y^+ -Werten. Die Modellkombinationen mit einfacher Gradientendiffusion zeigen niedrigere turbulente Wärmeflüsse in wandnormaler Richtung als die Modelle mit generalisierter Gradientendiffusion. Sowohl die größere Stantonzahl als auch die zu geringen Temperaturen in der logarithmischen Wandgrenzschicht liefern Hinweise, dass der Wärmefluss mit der generalisierten Gradientendiffusion über dem Erwartungswert liegt. Laut Gleichung ist die Ursache die für den Wärmefluss verantwortliche $u'_y u'_y$ -Reynoldsspannungskomponente, die in beiden Reynoldsspannungsmodellen bei $y^+ = 10$ größer modelliert wird als die DNS Daten vorhersagen. Eine geringere $u'_y u'_y$ -Reynoldsspannungskomponente bei $y^+ = 10$ würde zu einem geringeren Wärmestrom führen.

Die einfache Gradientendiffusion sagt auf Grund des vernachlässigbaren Temperaturgradienten in wandparalleler Richtung sehr geringe Wärmeströme vorher. Alle expliziten algebraischen

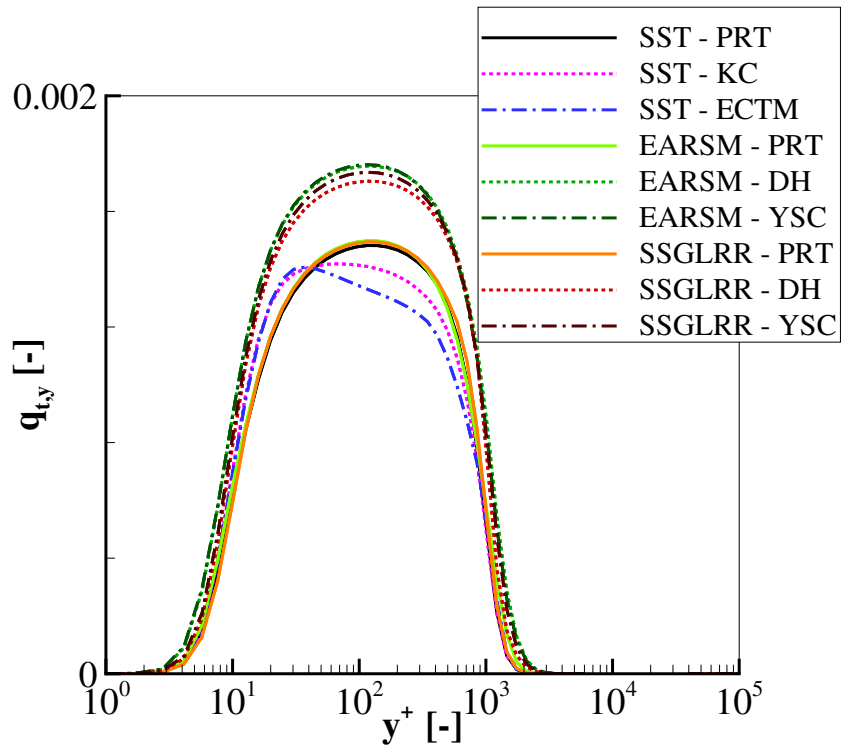


Abbildung 5.9: Turbulenter Wärmefluss in y-Richtung

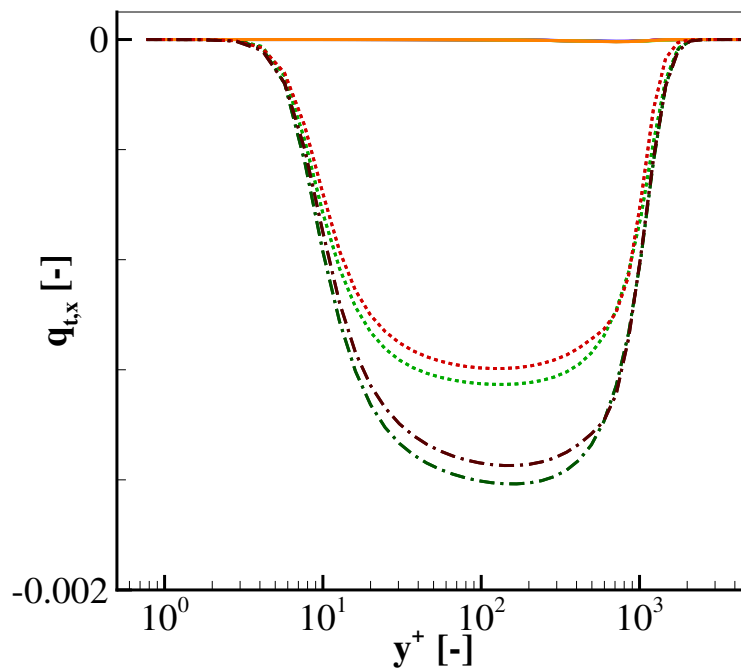


Abbildung 5.10: Turbulenter Wärmefluss in x-Richtung

Modelle zeigen jedoch einen signifikanten Wärmestrom in wandparalleler Richtung, da laut Gleichung ein Wärmestrom in wandparalleler Richtung durch den wandnormalen Temperaturgradient induziert wird. Die beiden Modelle nach Daly & Harlow und nach Younis et. al. unterscheiden sich vor allem in der Vorhersage des wandparallelen Wärmestroms. Das Modell nach Younis sagt einen geringeren wandparallelen Wärmestrom vorher. Younis et. al. [68] nennen

die verbesserte Wiedergabe des Verhältnisses zwischen wandparallelem und wandnormalem Wärmestrom als Hauptvorteil ihrer Modellierung gegenüber dem einfachen Modell nach Daly & Harlow.

Für den zweidimensionalen Testfall lässt sich, auch für die expliziten algebraischen Wärme-flussmodelle, eine turbulente Prandtlzahl ([32]) berechnen, die als Vergleichsgröße für alle Modellkombinationen genutzt werden kann.

$$Pr_T = \frac{\overline{u'_x u'_y} \frac{dT}{dy}}{\overline{u'_y T'} \frac{du}{dy}} \quad (5.6)$$

In Abbildung 5.11 ist die turbulente Prandtlzahl zusammen mit Messwerten von Blackwell [10] für die ebene Plattengrenzschicht ohne Druckgradient dargestellt.

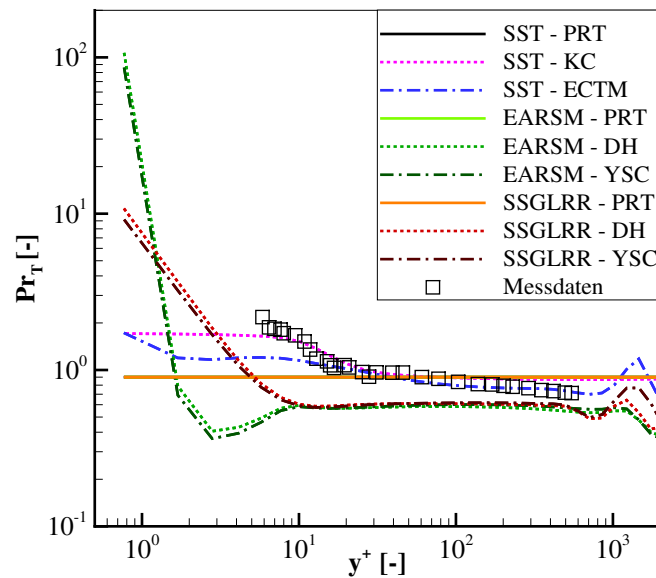


Abbildung 5.11: Turbulente Prandtlzahl

Es zeigt sich, dass die konstante Prandtlzahl 0.9 im Mittel den Messwerten entspricht. In der Wandnähe sind die turbulenten Prandtlzahlen etwas über 0.9. Im Außenbereich der Grenzschicht tendieren sie zu geringeren Werten. Das Modell nach Kays & Crawford erhöht die turbulente Prandtlzahl in unmittelbarer Wandnähe. Es simuliert damit einen geringeren turbulenten Wärmetransport und führt, verglichen mit der konstanten Prandtlzahl, zu verringerten Stantonzahlen. Gegenüber dem Kays & Crawford Modell kann das $k_\theta \epsilon_\theta$ -Modell die turbulente Prandtlzahl im Außenbereich genauer wiedergeben. Für die expliziten algebraischen Modellansätze bestätigt sich, dass die turbulenten Wärmeflüsse zu hoch simuliert werden. Die errechnete turbulente Prandtlzahl fällt, insbesondere in unmittelbarer Wandnähe bei $y^+ = 10$, zu niedrig aus, was der Beobachtung des zu hohen Wärmeübergangs entspricht.

5.3 Freie Scherschicht

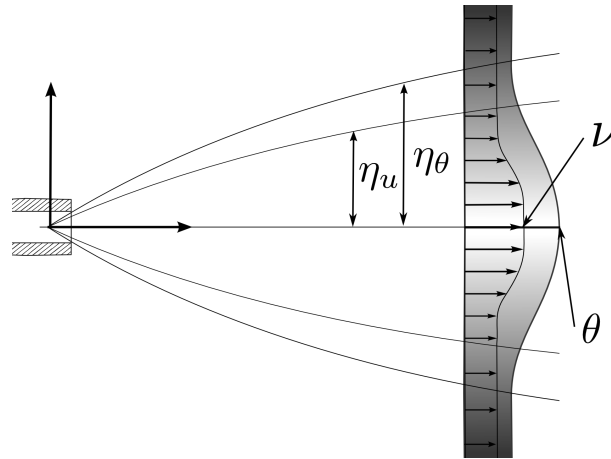


Abbildung 5.12: Freie Scherströmung

5.3.1 Beschreibung des Testfalls

Um die Modellperformance in freien Scherschichten mit unterschiedlicher Temperatur zu validieren, wurde der planare heiße Strahl ausgewählt. Dieser Basistestfall soll helfen, das Ausmischverhalten zwischen heißen und kalten Strömungsregionen sowie die korrekte Wiedergabe der Ausdehnung des Temperaturfelds zu bewerten. Eine Übersicht über den Testfall ist in Abbildung 5.12 zu sehen. Über den linken Rand wird ein heißer Jet in ein nahezu ruhendes Feld niedriger Temperatur eingeblasen. Im Kern des Strahls wird die Maximalgeschwindigkeit v und die Temperatur θ erreicht. Außerdem ist die Entwicklung des thermischen und des Geschwindigkeitsfeldes mit Linien angedeutet. Schlichting [58] beschreibt, dass die seitliche Ausdehnung des Temperaturfelds um etwa 30 % größer ist als die des Geschwindigkeitsnachlaufs. Die Halbbreite des Geschwindigkeitsfelds wird als η_u , die des Temperaturfelds als η_θ bezeichnet.

Der initiale Durchmesser des Jets beträgt $d = 0.005m$. Bei einer Machzahl von rund 0.09 ergibt sich die auf den heißen Jet bezogene Reynoldszahl von rund 10.000. Die Temperaturrate liegt bei $\frac{T_{jet}}{T_\infty} = \frac{330K}{300K} = 1.1$. Um Interaktionen mit den Rändern zu vermeiden, umfasst das Simulationsgebiet 241 Durchmesser quer zur Strömungsrichtung und 400 Durchmesser in Strömungsrichtung. Es ist mit 160 Zellen quer und 100 Zellen in Strömungsrichtung vernetzt. An den Einstrom- und Ausströmrändern wurden konstante Werte für den Druck vorgegeben. An allen anderen Rändern wurden Symmetrieränder angenommen. Die Turbulenzintensität im Freifeld beträgt rund 1%, die im Strahl 10%. Der Wahl des turbulenten Längenmaßes kommt in diesem Testfall nur im Nahfeld eine Bedeutung zu. Das in dieser Studie untersuchte Fernfeld wird von Turbulenzproduktion dominiert.

5.3.2 Entdimensionalisierung von Geschwindigkeits- und Temperaturfeld

Das Strömungsfeld des Freistrahls besteht aus zwei Scherschichten, die sich auf Grund der Geschwindigkeitsgradienten zwischen Strahl und Umgebung ausbilden. Durch diese Scherung der Strömung werden von dem Turbulenzmodell turbulente kinetische Energie bzw. Reynoldsspannungen produziert, die das Geschwindigkeitsfeld des Freistrahls bestimmen. Da in dieser Studie mehrere Turbulenzmodelle verwendet wurden, die sich in ihren Produktionsmechanismen für turbulente kinetische Energie oder Reynoldsspannungen voneinander unterscheiden, variiert das Geschwindigkeitsfeld je nach verwendetem Turbulenzmodell. Um verschiedene Rechnungen miteinander vergleichen zu können erfolgt eine Entdimensionalisierung des Geschwindigkeits- und Temperaturfelds. Schlichting [58] verwendet dazu den kinematischen Impuls K und die thermische Energie E_t . Beide sind globale Bilanzen für die charakteristischen Größen eines turbulenten Freistrahls. Die Maximalgeschwindigkeit $u_{max}(x)$ in der Mitte des Freistrahls berechnet sich wie folgt:

$$u_{max}(x) = 2,4 \sqrt{\frac{K}{x-x_0}} \quad \text{mit} \quad K = \int_{-\infty}^{+\infty} u^2 dy \quad (5.7)$$

Die Maximaltemperatur $T_{max}(x) - T_\infty$ in der Mitte des Freistrahls ergibt sich zu:

$$T_{max}(x) - T_\infty = \frac{\dot{Q}}{\rho c_p b} = 2,6 \frac{E_t}{\sqrt{K(x-x_0)}} \quad \text{mit} \quad E_t = \int_{-\infty}^{+\infty} u(T - T_\infty) dy \quad (5.8)$$

Das Strömungsfeld des Strahls kann in ein Nah- und ein Fernfeld unterteilt werden. Für das Fernfeld, das nach etwa 10 Düsendurchmessern beginnt, können unter Annahme von Selbstähnlichkeit entdimensionalisierte Nachlaufprofile betrachtet werden. Für die Geschwindigkeit wurde die nachfolgende Entdimensionalisierung verwendet:

$$v = \frac{u}{u_{max}} \quad \eta_u = \frac{y}{y_{0.5u}} \quad (5.9)$$

die dimensionslose Geschwindigkeit v wird mit der Strahlmittengeschwindigkeit gebildet; die dimensionslose Länge η_u wird mit $y_{0.5u} = A(x - x_0)$ gebildet. Das Temperaturprofil wird auf analoge Weise entdimensionalisiert:

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_{max} - T_\infty} \quad \eta_\theta = \frac{y}{y_{0.5t}} \quad (5.10)$$

Hierbei ist θ die Übertemperatur in der Strahlmitte. Die dimensionslose Breite der Temperaturschicht η_θ wird mit $y_{0.5t} = B(x - x_0)$ gebildet. Es fällt auf, dass beide Längenskalen mit unterschiedlichen Koeffizienten A und B gebildet werden. Das Verhältnis der von Schlichting [58] genannten Koeffizienten $\frac{B}{A} = \frac{0.14}{0.11} = 1.27$ spiegelt die unterschiedliche Ausdehnung von Temperatur- und Geschwindigkeitsfeld wider.

5.3.3 Diskussion des Geschwindigkeitsfelds

Zuerst soll das Geschwindigkeitsfeld des Freistrahls und die Verteilung der turbulenten Schwankungsgrößen diskutiert werden. In Abbildung 5.13 (links) ist die maximale Geschwindigkeit in

der Mitte des Freistrahls logarithmisch gegenüber der x-Achse geplottet. In Abbildung 5.13 (rechts) sind die Geschwindigkeitsprofile bei $x/D = 50$ gegenüber der dimensionslosen Länge η_u aufgetragen. Die Abbildung 5.14 zeigt die turbulente kinetische Energie (links) und die Reynoldsspannungskomponente $\overline{u'v'}$ (rechts) des Geschwindigkeitsprofils bei $x/D = 50$. Die Messdaten stammen aus einer Untersuchung von Shih et. al. [59]. Die Korrelationen sind aus Schlichting [58] entnommen.

Die verschiedenen Wärmediffusionsmodelle haben keinen signifikanten Einfluss auf das Geschwindigkeitsfeld und die Verteilung der turbulenten Schwankungsbewegungen. Zur Verbesserung der Übersichtlichkeit werden, wie bei der Grenzschicht der ebenen Platte, zuerst die verschiedenen Turbulenzmodelle Menter SST, Hellsten EARSM und SSGLRR jeweils in Kombination mit konstanter turbulenter Prandtlzahl gezeigt.

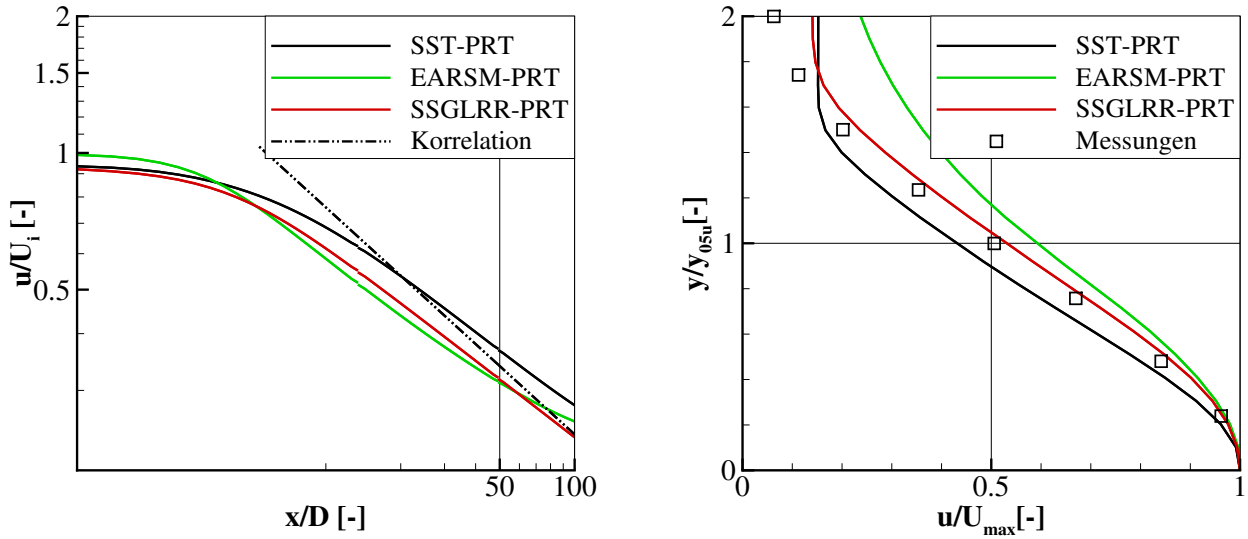


Abbildung 5.13: Geschwindigkeitsverteilung

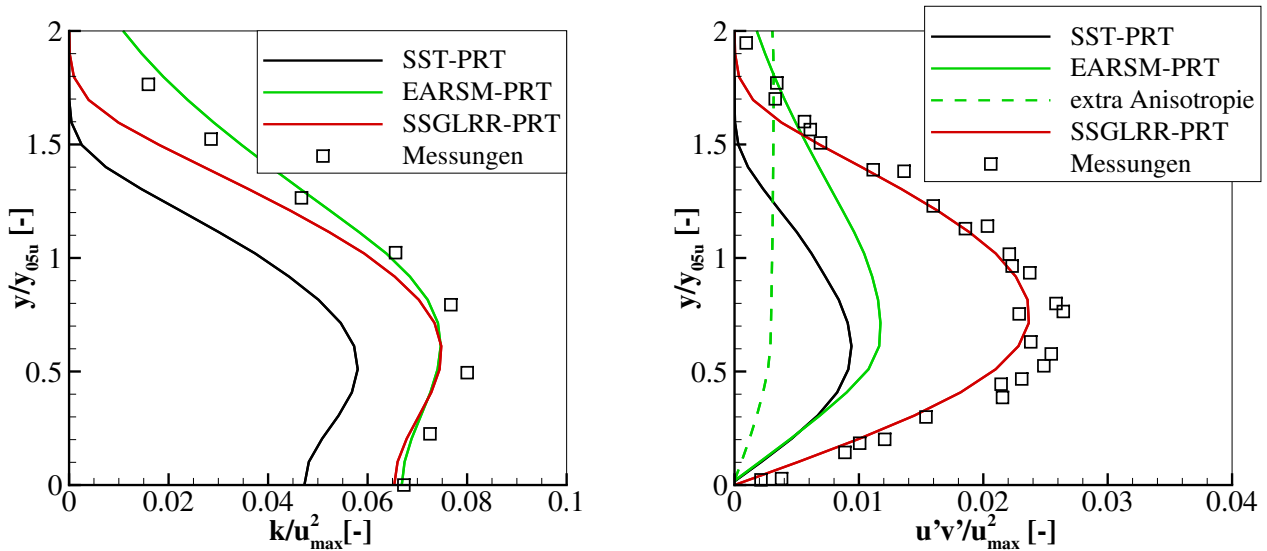


Abbildung 5.14: Turbulente Schwankungsbewegungen

Menter SST

Die Wirbelviskositätsmodellierung mit Menter SST überschätzt die Strahlmittengeschwindigkeit leicht. Gleichzeitig wird die Querausdehnung etwas geringer vorhergesagt. Im Vergleich zu den Messdaten produziert das Menter SST Modell eine zu geringe turbulente kinetische Energie. Die $\overline{u'v'}$ -Komponente des Reynoldsspannungstensors, die in der Simulation mit Menter SST über die Boussinesq-Annahme (Gleichung 3.15) berechnet wird, ist sowohl in ihrer Querausdehnung als auch in ihrem maximalen Wert zu gering. Das Menter SST Modell erreicht nicht die gemessenen Werte für die turbulenten Schwankungsbewegungen, was den etwas schmalen simulierten Jet erklärt.

Hellsten EARSM

Das Hellsten EARSM unterschätzt die Strahlmittengeschwindigkeit verglichen mit den beiden anderen Modellklassen am deutlichsten. Die Ursache wird aus der Auftragung der Querausdehnung des Strahls ersichtlich. Abbildung 5.13 zeigt, dass eine Vergrößerung des Strahlquerschnitts mit einer Verringerung der Strahlmittengeschwindigkeit einhergeht. Das Hellsten EARSM simuliert die geringste Strahlmittengeschwindigkeit und infolgedessen den größten Strahlquerschnitt. Im Gegensatz zum Wirbelviskositätsmodell simuliert das explizite algebraische Modell höhere Werte und eine größere Querausdehnung der turbulenten kinetischen Energie. Auch die $\overline{u'v'}$ -Komponente des Reynoldsspannungstensors wird durch die Extraanisotropie etwas höher als beim Wirbelviskositätsmodell und mit einer deutlich größeren Querausdehnung vorhergesagt. Da die beiden Modelle ähnliche Transportgleichungen benutzen, resultieren die Unterschiede in der Querausdehnung und der Strahlmittengeschwindigkeit aus dem Extraanisotropieanteil in der Impulsgleichung und der veränderten Kreuzdiffusion in der ω -Gleichung. Der Extraanisotropieanteil, der durch das Hellsten EARSM modelliert wird, ist in Abbildung 5.14 (rechts) zusätzlich aufgetragen. Der Extraanisotropieanteil trägt demnach zu einem breiteren Strahlquerschnitt bei.

SSG/LRR- ω

Das differentielle Reynoldsspannungsmodell, der höchste hier verwendete Schließungsansatz, zeigt insgesamt die beste Wiedergabe des Geschwindigkeitsfelds. Die Strahlmittengeschwindigkeit wird im Vergleich zur Korrelation etwas zu gering vorhergesagt. Die Querausdehnung wird in Übereinstimmung mit dem Experiment getroffen. Auch die $\overline{u'v'}$ -Komponente des Reynoldsspannungstensors trifft die experimentellen Daten. Die turbulente kinetische Energie weicht lediglich im Außenbereich geringfügig von den Messdaten ab.

5.3.4 Diskussion des Temperaturfelds

Basierend auf der vorangegangenen Analyse der Geschwindigkeitsfelder wird in diesem Abschnitt das Temperaturfeld der verschiedenen Kombinationen aus Modellen für den turbulenten Impuls- und Wärmetransport diskutiert. Dabei werden die Topologie des Temperaturfelds und die turbulenten Wärmeströme mit den Messdaten bzw. mit der Korrelation verglichen. Modellkombinationen, die in einem Diagramm gezeigt werden, sind jeweils mit demselben Turbulenzmodell gerechnet. Die Rechnungen unterscheiden sich lediglich in ihrer Wärmeflussmodellierung.

In den Abbildungen 5.15, 5.16 und 5.17 ist jeweils links oben die Maximaltemperatur in der Strahlmitte dargestellt. Rechts oben zeigen die Abbildungen entdimensionalisierte Temperatur-

profile an der Position $x/D = 50$, die die Querausdehnung des Temperaturfelds charakterisieren. In der unteren Hälfte der Abbildungen 5.15, 5.16 und 5.17 ist der turbulente Wärmefluss nach Komponenten aufgeteilt gezeigt. Der Wärmefluss in quer zur Strömungsrichtung ist links unten, der in Strömungsrichtung rechts unten, aufgetragen. Messwerte sind lediglich für den turbulenten Wärmestrom quer zur Strömungsrichtung verfügbar. Die Messdaten sind der Untersuchung von Shih et. al. [59] entnommen und die Korrelationen sind bei Schlichting [58] gezeigt.

Menter SST mit einfacher Gradientendiffusion

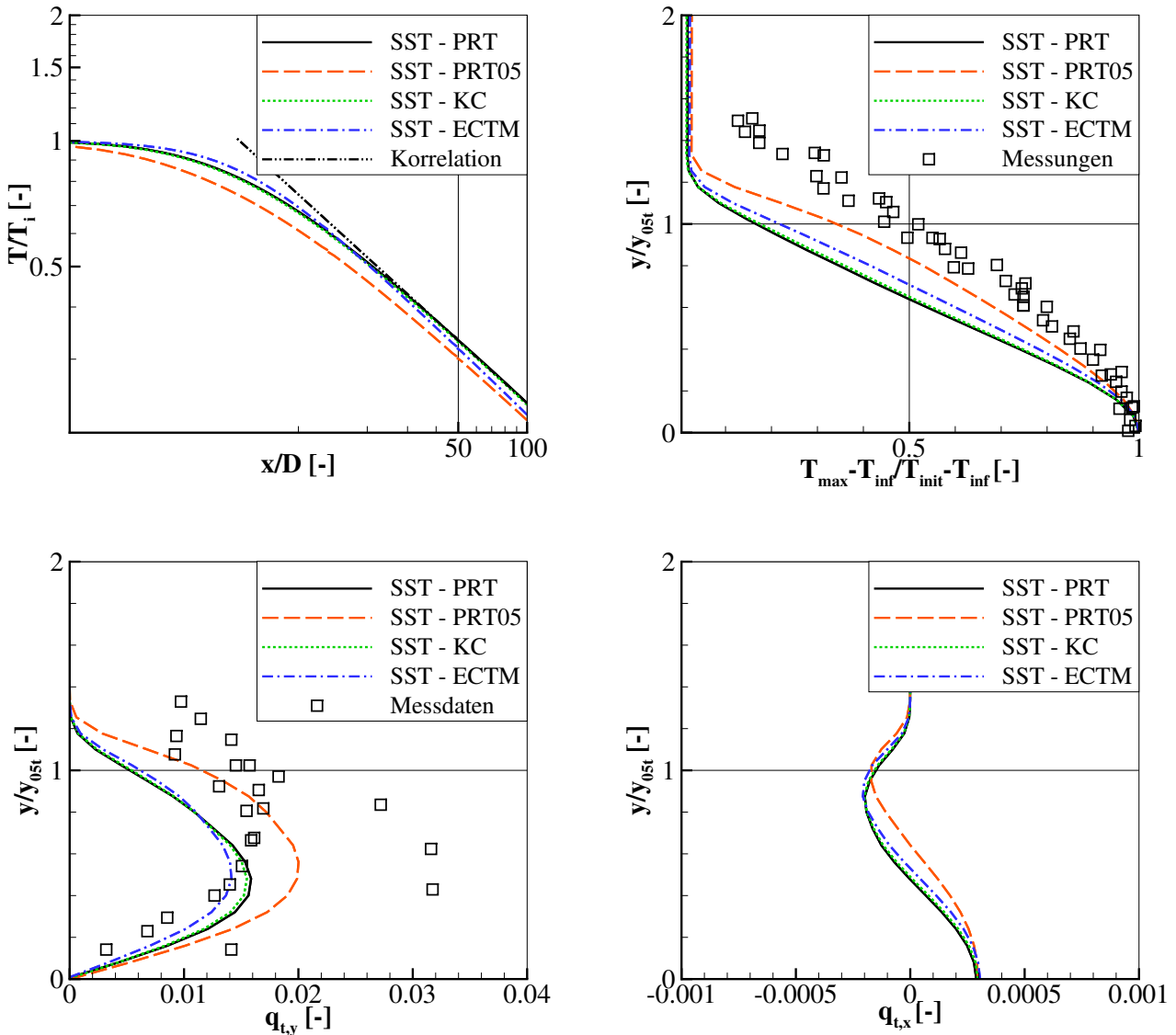


Abbildung 5.15: Temperaturverteilung und turbulenter Wärmestrom Menter SST

Das lineare Wirbelzähigkeitsmodell wird mit 4 verschiedenen Modellen für die turbulente Wärmediffusion kombiniert: die turbulenten Prandtlzahlen 0.9 und 0.5, das Modell nach Kays & Crawford sowie das $k_\theta \omega_\theta$ -Zweigliedungsmodell.

Die Kurven für die Modellkombinationen SST-PRT, SST-KC liegen in allen Diagrammen sehr nah beieinander. Sie treffen die Strahlmitteltemperatur, sagen jedoch eine erheblich zu geringe Querausdehnung des Strahls vorher. Abbildung 5.15 (unten links) zeigt, dass die simulierten

turbulenten Wärmeströme im Mittel geringer sind als die Messwerte. Das Modell nach Kays & Crawford nimmt in der freien Strömung eine turbulente Prandtlzahl von 0.86 an, was die geringen Unterschiede zu der Modellkombination mit einer Prandtlzahl von 0.9 erklärt. Die Wärmeströme in Strömungsrichtung liegen um zwei Größenordnungen unterhalb der Wärmeströme quer zur Strömungsrichtung.

Die Modellkombination SST-ECTM modelliert im Vergleich zur Basismodellierung SST-PRT nur eine geringfügig vergrößerte Querausdehnung des Temperaturfelds. Die Ursache dafür wird direkt aus Gleichung 3.35 ersichtlich: die umformulierte Gleichung für die Wirbelleitfähigkeit zeigt keine direkte Abhängigkeit von der Temperaturvarianz k_θ und kann damit nicht auf Unterschiede in der Ausdehnung von Temperatur- und Geschwindigkeitsfeld reagieren. Das von Nagano [45] vorgeschlagene hybride thermisch-mechanische Längenmaß eignet sich demnach nicht, um die Unterschiede von Temperatur- und Geschwindigkeitsfeld zu modellieren.

Die Modellkombination SST-PRT05 modelliert eine deutlich vergrößerte Querausdehnung des Temperaturfelds. Hier lässt sich der Effekt einer Prandtlzahlvariation auf das Temperaturfeld nachvollziehen: Eine Verringerung der Prandtlzahl führt zu einem erhöhten turbulenten Wärmestrom (siehe Gleichung 3.30). Dieser erhöhte Wärmestrom führt zu einer Verbreiterung des Temperaturfelds und somit zu einer geringeren Temperatur in der Strahlmitte.

Hellsten EARSM

Die Modellkombination EARSM-PRT zeigt im Vergleich zu SST-PRT ein breiteres Temperaturfeld und damit eine geringere Temperatur in der Strahlmitte. Ursächlich hierfür sind die erhöhte Turbulenzproduktion und vermehrte Diffusion des expliziten algebraischen Turbulenzmodells gegenüber dem Wirbelviskositätsmodell, die zu der Verbreiterung des Geschwindigkeitsfelds beitragen.

Die Turbulenzmodellkombinationen die die generalisierte Gradientendiffusion verwenden, EARSM-DH und EARSM-YSC, verbessern die Genauigkeit in der Vorhersage des Temperaturfelds. Die Querausdehnung wird von beiden Turbulenzmodellkombinationen in Übereinstimmung mit den Messdaten simuliert. Die Verknüpfung aus Reynoldsspannungstensor und Temperaturgradientenvektor in der Modellierung nach Daly & Harlow 3.43 führt zu einem turbulenten Wärmeflussvektor mit einer größeren Komponente sowohl quer zur Strömungsrichtung als auch in Strömungsrichtung. Insbesondere die Komponente in Strömungsrichtung ist um mehr als eine Größenordnung größer als die mit der einfachen Gradientendiffusion berechnete. Dieser signifikante Unterschied ergibt sich daraus, dass der dominante Temperaturgradient quer zur Strömungsrichtung aufgrund der generalisierten Gradientendiffusion den Wärmestrom in Strömungsrichtung vergrößert. Gegenüber dem Modell nach Daly & Harlow besitzt das Modell nach Younis et. al. Korrekturterme. Diese Korrekturterme reduzieren den turbulenten Wärmefluss in Strömungsrichtung, der Wärmefluss quer zur Strömungsrichtung wird kaum beeinflusst.

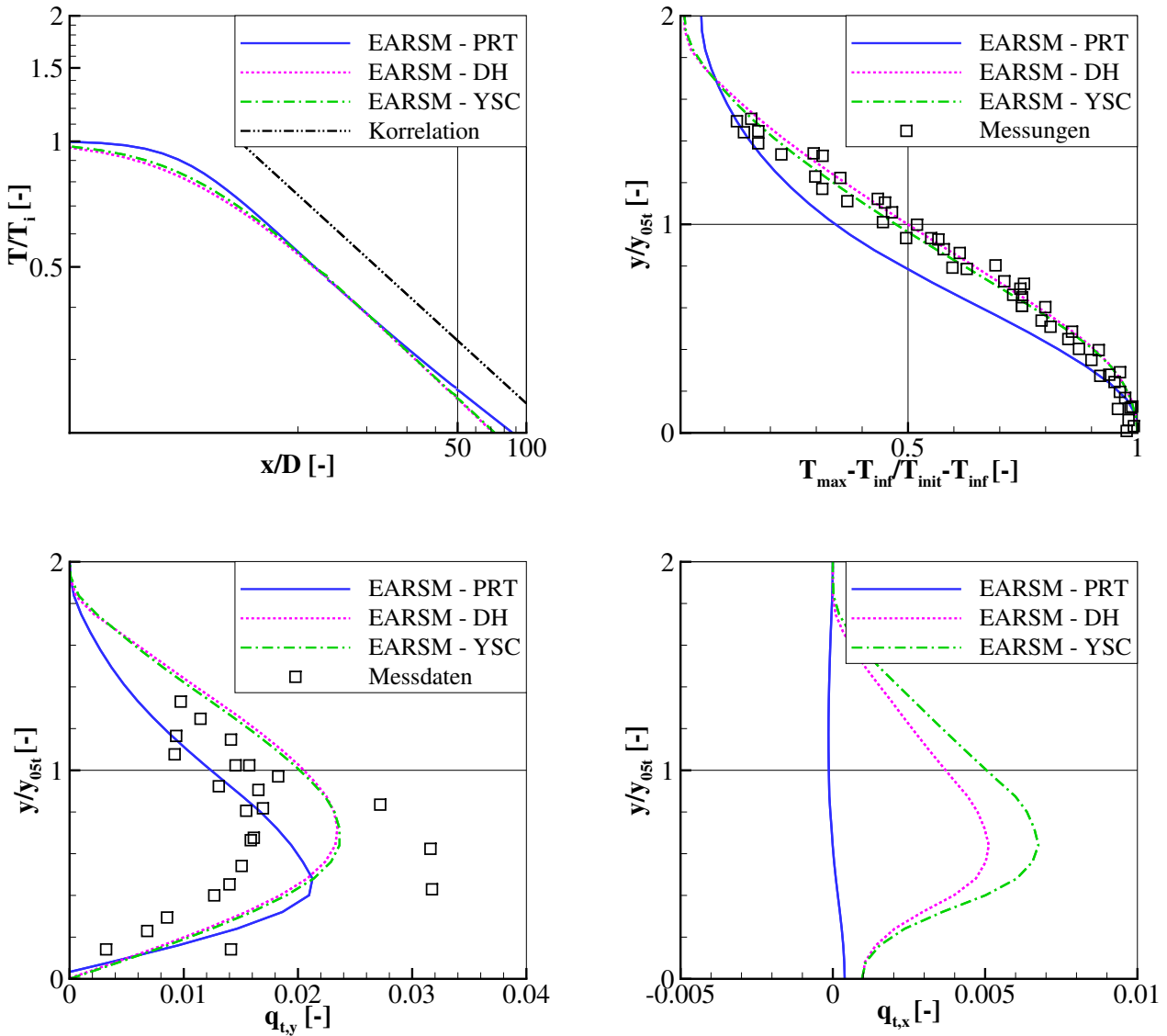


Abbildung 5.16: Temperaturverteilung und turbulenter Wärmestrom Hellsten EARSM

SSG/LRR- ω

Die Modellkombinationen mit dem differentiellen Reynoldsspannungsmodell unterschätzt sowohl die Querausdehnung als auch die mittlere Strahltemperatur geringfügig. Die Anwendung der generalisierten Gradientendiffusion nach Younis et. al und Daly & Harlow führt auch in Kombination mit dem differentiellen Reynoldsspannungsmodell zu einem verbreiterten Temperaturfeld und damit zu einer verbesserten Vorhersage. Der Einfluss der Wärmeflussmodelle auf den turbulenten Wärmeflussvektor ist analog zu dem vorangegangenen Abschnitt zu erklären.

5.4 Fazit der Basisvalidierung

Die im Rahmen der Basisvalidierung untersuchten Turbulenzmodelle unterscheiden sich nicht in der Vorhersage des Geschwindigkeitsfelds der Plattengrenzschicht. Bei der Simulation des heißen Freistrahls ist das differentielle Reynoldsspannungsmodell in der Lage die experimentellen Daten am besten wiederzugeben. Das explizite algebraische Reynoldsspannungsmodell

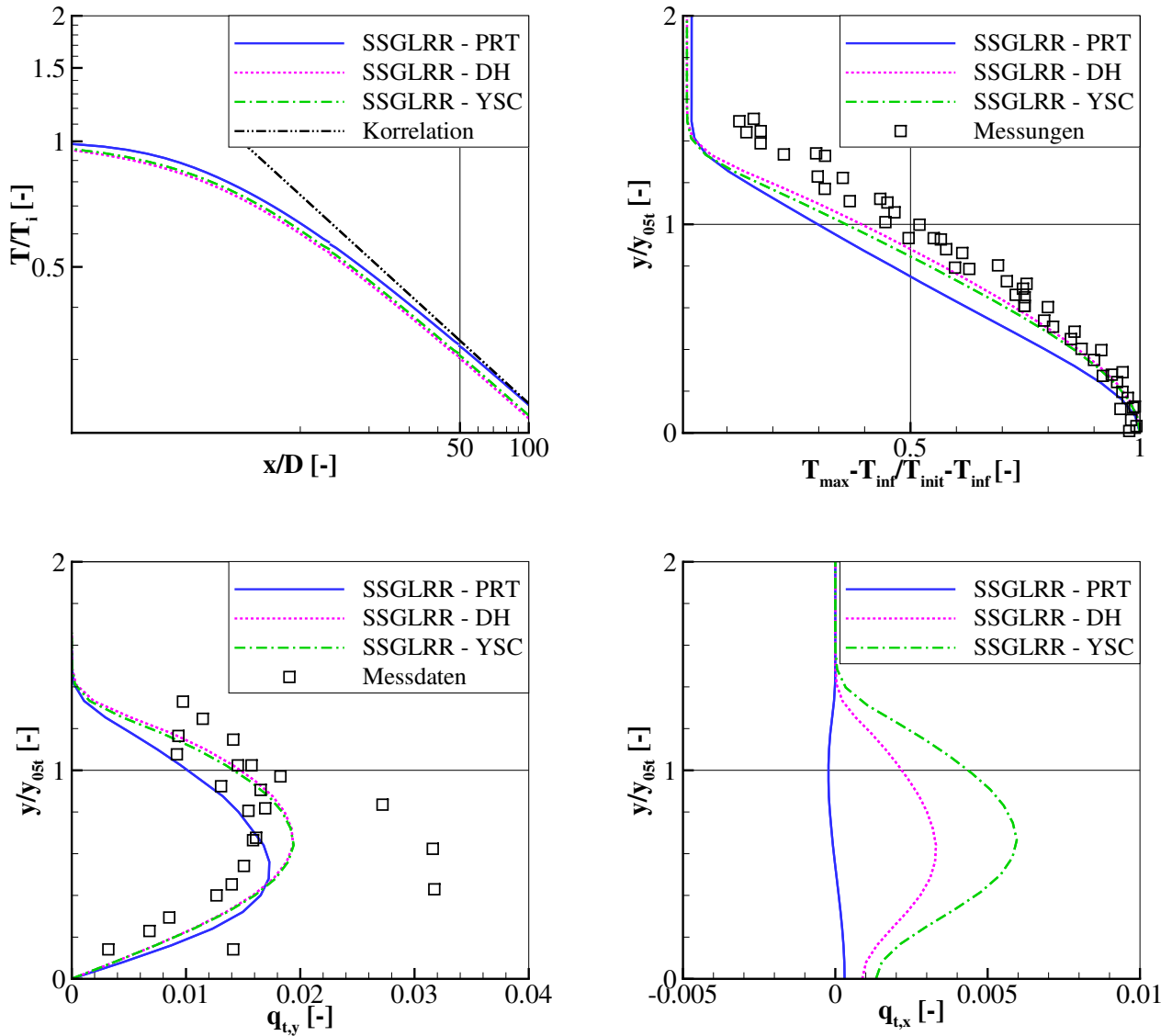


Abbildung 5.17: Temperaturverteilung und turbulenter Wärmestrom SSGLRR

hingegen sagt eine größere Querdiffusion der turbulenten kinetischen Energie vorher und simuliert damit das Geschwindigkeitsfeld etwas zu breit. Das Wirbelviskositätsmodell kann die turbulenten Schwankungen nicht reproduzieren.

Die Wärmeflussmodellierung mit einer konstanten Prandtlzahl von 0.9 zeigt Schwächen bei der Wiedergabe von freien Scherschichten, liefert aber gute Ergebnisse bei der Beschreibung der Wandgrenzschrift. Eine turbulente Prandtlzahl von 0.9 ist so gewählt, dass der mittlere Wandwärmeübergang übereinstimmend mit experimentellen Daten simuliert werden kann. Diese Modellkalibration, die auf die Wiedergabe der Wandgrenzschrift zugeschnitten ist, führt mangels Allgemeingültigkeit zu Defiziten in der Wiedergabe der freien Scherschicht. Die Wahl einer geringeren turbulenten Prandtlzahl kann die Simulation des heißen Strahls zwar verbessern, würde jedoch eine Verringerung der Vorhersagegenauigkeit der Plattengrenzschicht zur Folge haben.

Die Variation der turbulenten Prandtlzahl über die Funktion nach Kays and Crawford kann die gemessenen Werte der turbulenten Prandtlzahl in der Grenzschicht, insbesondere in Wandnähe, besser abbilden als die konstante Prandtlzahl. In freien Scherschichten wird jedoch keine Verbesserung gegenüber einer konstanten Prandtlzahl erzielt.

Die transportgleichungsbasierte Modellierung der turbulenten Wirbeldiffusivität in der Modellkombination SST-ECTM kann sowohl bei dem Freistrah, als auch bei der Plattengrenzschicht keine signifikant besseren Ergebnisse als die Modellierung mit einer konstanten Prandtlzahl erreichen. Insbesondere bei dem Freistrah zeigen sich aufgrund der Modellformulierung Defizite bei der Wiedergabe der korrekten Querausdehnung des Temperaturfelds.

Die Wärmeflussmodellierung mit der generalisierten Gradientendiffusion zeigt geringe Defizite bei der Wiedergabe von Wandgrenzschichten. Diese Defizite lassen sich auf Ungenauigkeiten in der Wiedergabe der Reynoldsspannungskomponenten in Wandnähe zurückführen. Die Verwendung leistungsfähigerer Reynoldsspannungsmodelle kann hier zu Verbesserungen führen. Bei der Berechnung freier Scherschichten können signifikante Verbesserungen gegenüber der Modellierung mit einer konstanten Prandtlzahl erreicht werden.

Aufgrund eines ausgewogenen Verhältnisses aus numerischer Robustheit und hoher Genauigkeit erweist sich die Modellkombination aus expliziter algebraischer Turbulenzmodellierung und Wärmeflussmodellierung nach Younis (EARS-M-YSC) als am besten geeignet für die weitere Validierung. Das Modell nach Younis kann den Wärmeübergang in der Wandgrenzschicht besser wiedergeben als das Modell nach Daly & Harlow und ist in freien Scherströmungen vergleichbar gut. Das explizite algebraische Modell nach Hellsten ist vor allem in seinen Stabilitätseigenschaften dem differentiellen Reynoldsspannungsmodell überlegen und damit für eine Anwendung in komplexen Konfigurationen besser geeignet.

6 Erweiterte Validierung

6.1 Kühlkanal ERCOFTAC 7.3

6.1.1 Beschreibung des Testfalls

Als repräsentativer Testfall für die Strömung in Kühlkanälen von Turbinen wurde der ERCOFTAC Testfall 7.3 ausgewählt. Bei diesem Testfall handelt es sich um einen rechteckigen Kanal mit einer voll ausgebildeten Rohrströmung. An Ober- und Unterseite befinden sich quer zur Hauptströmungsrichtung Rippen, die für eine erhöhte turbulente Durchmischung und damit für eine Erhöhung des Wärmeübergangs sorgen. Die Höhe einer Rippe entspricht einem Zehntel der Kanalhöhe. Der Abstand der Rippen beträgt 10 Rippenhöhen. Die Abmaße entsprechen den typischerweise in Turbomaschinen angestrebten Größenverhältnissen, die einen hohen Wärmeübergangskoeffizienten ermöglichen. Vorder- und Rückseite des Kanals sind glatt. Die Reynoldszahl wird berechnet mit der Kanalhöhe und der mittleren Hauptströmungsgeschwindigkeit und beträgt rund 100.000. Die über die Kanalhöhe gemittelte Machzahl liegt bei 0.1. Die Wände der Rippen und die der Vorder- und Rückseite werden als adiabat angenommen. Für die Wände zwischen den Rippen wird ein konstanter Wärmestrom von $1000 \frac{W}{m^2}$ simuliert. Ein Überblick über den Testfall und alle wichtigen Maße findet sich in Abbildung 6.1.

Alle experimentellen Daten sind der im Internet veröffentlichten Ercoftac Datenbank [1] (Testfall SIG 15 Testfall 7.3) entnommen. In der Kanalmitte liegen an 4 Positionen, jeweils bei 0%, 25%, 50% und 75% Rippenabstand, LDA-Messdaten zu Strömungsgeschwindigkeiten und turbulenten Schwankungsgrößen vor. Die Messpositionen sind in Abbildung 6.1 dargestellt. Daten zu Wärmeübergangskoeffizienten wurden mithilfe der Flüssigkristallmethode gewonnen. Detaillierte Angaben zur der verwendeten Messtechnik finden sich bei Iacovides et. al.[29].

Das hier diskutierte Simulationsgebiet beschränkt sich auf ein periodisches Element. Das Netz enthält 70 Zellen quer zur Hauptströmungsrichtung. Davon entfallen jeweils 20 Zellen auf die wandnahen Gebiete und 30 Zellen auf die Kanalmitte. In Hauptströmungsrichtung besitzt das Netz 100 Zellen. Die dritte Raumrichtung wird mit 50 Zellen aufgelöst. Alle Wände haben eine low-Reynolds Wandauflösung mit $y^+ \sim 1$. Das volle Simulationsgebiet erstreckt sich auf 9 periodische Rippenelemente. Dargestellt ist das 7. Element, da nach 6 Elementen periodische Strömungsbedingungen erreicht werden (siehe [1]).

6.1.2 Diskussion des Geschwindigkeitsfelds

Die Wahl der Modellierung für den turbulenten Wärmefluss hat, aufgrund der geringen Dichte- bzw. Temperaturgradienten, keinen signifikanten Einfluss auf das Strömungsfeld. Deshalb wird zunächst nur der Unterschied zwischen den beiden Turbulenzmodellen Hellsten EARSM und Menter SST diskutiert.

In Abbildung 6.2 ist ein Überblick über die Strömung gezeigt. Die Geschwindigkeit in Haupt-

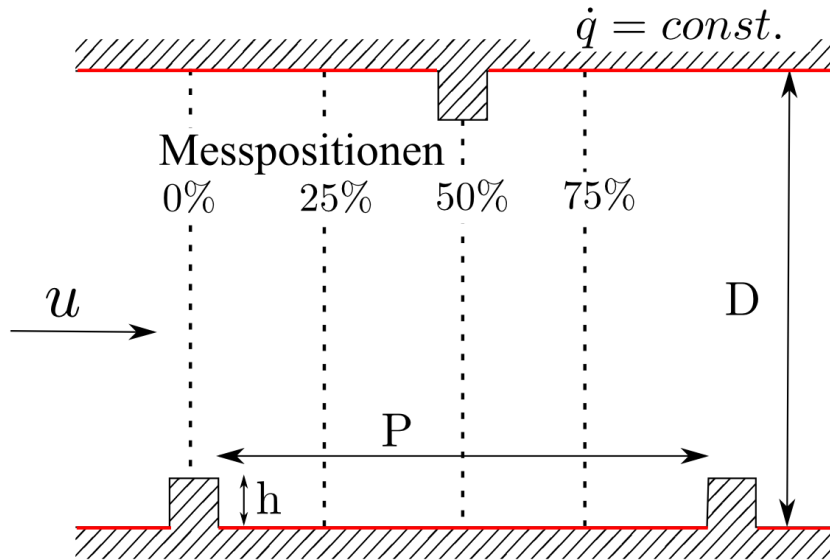


Abbildung 6.1: Überblick ERCOFTAC 7.3 Testfall

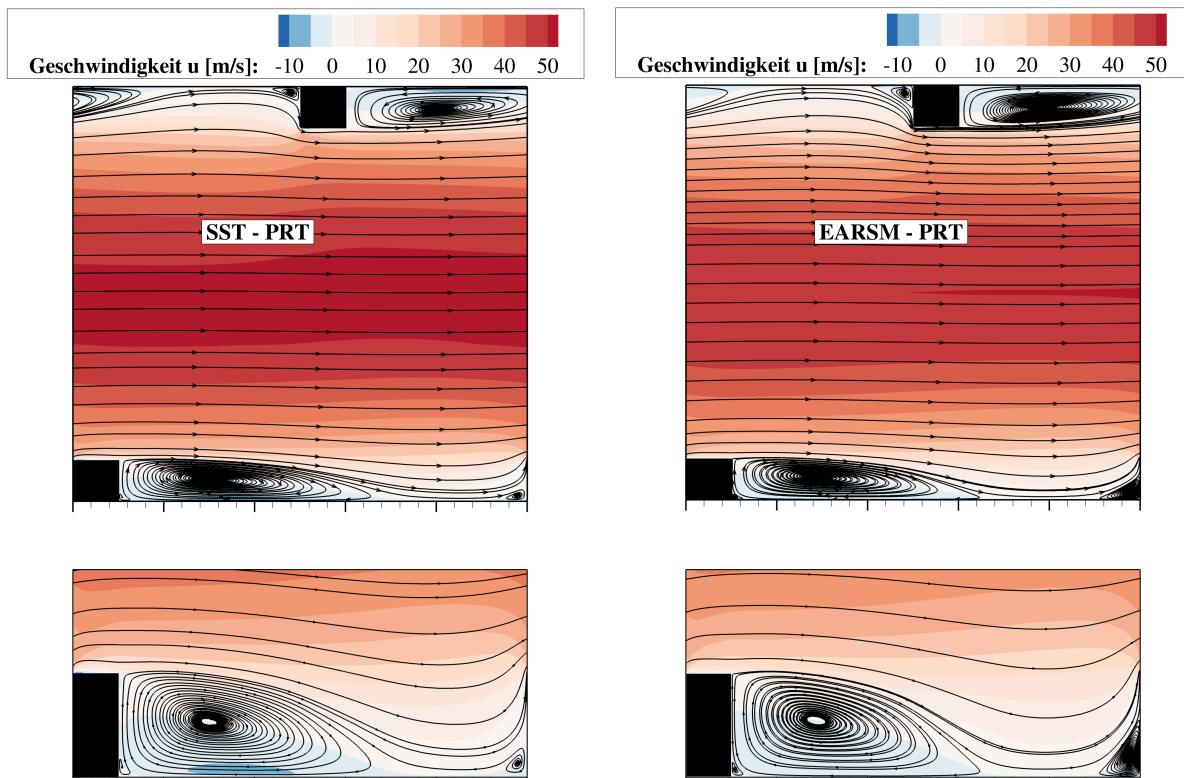


Abbildung 6.2: Überblick über das Strömungsfeld

strömungsrichtung ist farblich aufgetragen, die Strömungsrichtung wird durch Stromlinien abgebildet. Die Darstellung der Seitenwand ist um den Faktor 2.5 überhöht gewählt, um das Wirbelsystem übersichtlich darstellen zu können. Beide Turbulenzmodelle berechnen eine näherungsweise gleiche Topologie der Strömung. In der Kanalmitte verlaufen die Stromlinien weitgehend ungehindert in x-Richtung. An den Seitenwänden hingegen bildet sich ein Wirbelsystem aus. Dieses Wirbelsystem besteht aus einem großen Wirbel stromab einer Rippe und einem kleineren Wirbel stromauf der nachfolgenden Rippe. Zwischen den beiden Wirbeln kommt es teilweise zum Anlegen der Strömung an die Seitenwand.

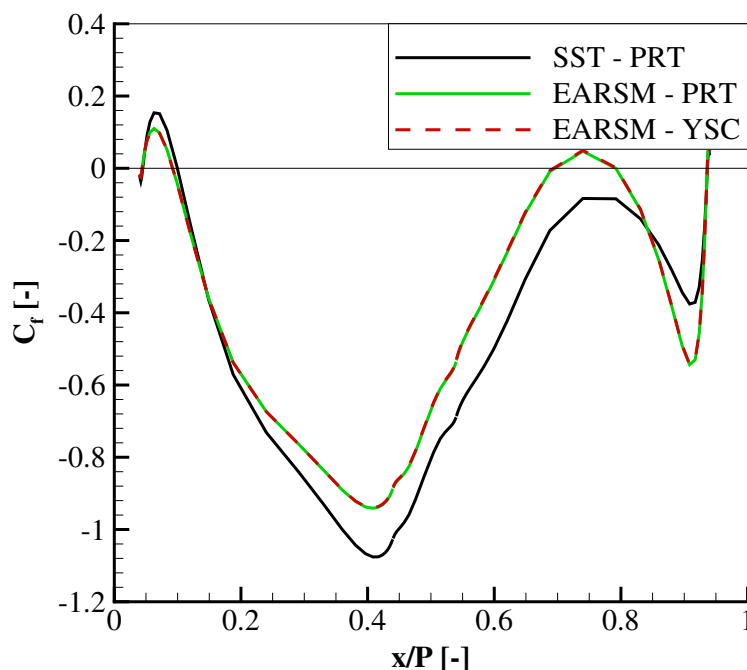


Abbildung 6.3: Reibungskoeffizient auf der Seitenwand

Abbildung 6.3 zeigt den Reibungsbeiwert auf der Seitenwand. Bereiche mit einer negativen Wandschubspannung entsprechen einer Rückströmung in Wandnähe. In der Darstellung des Reibungsbeiwerts unterscheiden sich die beiden Modelle voneinander: Die Modellierung mit Menter SST führt zu einem ausgeprägten Rezirkulationsgebiet. Der Reibungsbeiwert ist über weite Teile der Seitenwand negativ und erreicht zudem einen niedrigeren Maximalwert. Die Modellierung nach Menter SST sagt kein vollständiges Anlegen der Grenzschicht an die Seitenwand vorher. Das Hellsten EARSM hingegen zeigt bei etwa 70% Rippenabstand einen Bereich mit positiven Werten des Reibungsbeiwerts. Das Modell sagt in diesem Bereich ein vollständiges Anlegen der Strömung an die Wand voraus.

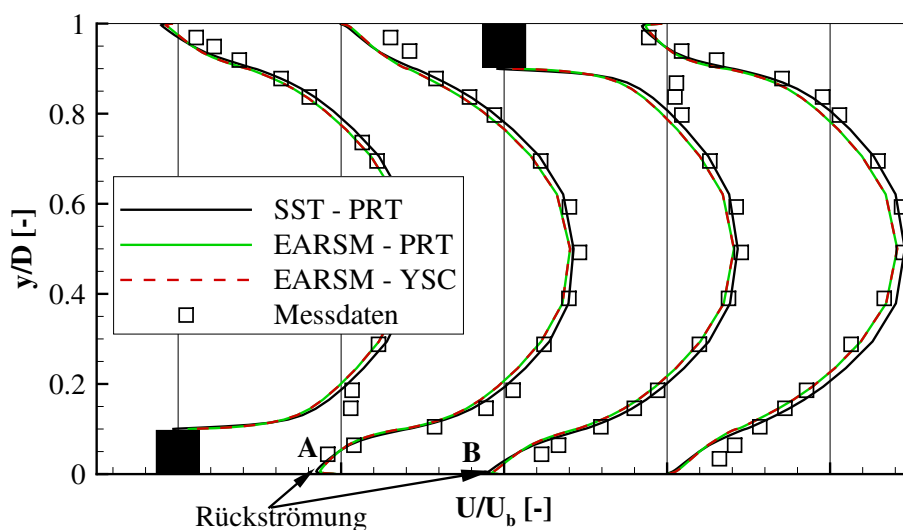


Abbildung 6.4: Entdimensionalisierte Kanalgeschwindigkeit

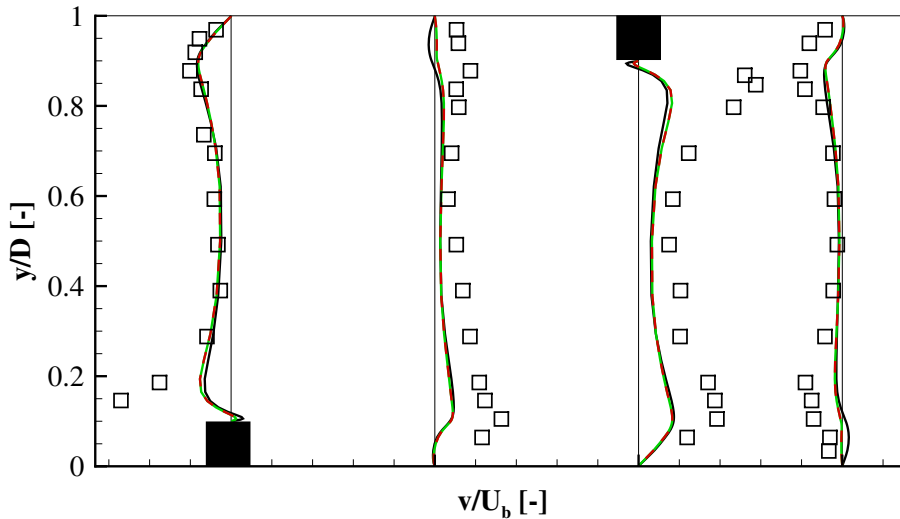


Abbildung 6.5: Querkomponente der Kanalgeschwindigkeit

In Abbildung 6.4 ist die, durch die massengemittelte Geschwindigkeit entdimensionalisierte, lokale Hauptströmungsgeschwindigkeit $\frac{u}{U_b}$ über die Kanalhöhe aufgetragen. Die experimentellen Ergebnisse werden über weite Teile der Kanalhöhe von beiden Turbulenzmodellen sowohl qualitativ als auch quantitativ gut wiedergegeben. Unterschiede sind vor allem im wandnahen Bereich, bei der Wiedergabe der Grenzschichtprofile, sichtbar. An diesen Positionen deuten die Messungen auf ein bauchigeres Grenzschichtprofil hin als die Rechnungen. Das bauchigere Profil lässt sich zum Einen direkt oberhalb der Rippen bei 0% und 50% Rippenabstand beobachten, Zum Anderen wird es bei 25% und 75% Rippenabstand im Bereich der anliegenden Grenzschicht sichtbar. Auf der unteren Seitenwand sind die Rückströmungsgebiete mit Pfeilen verdeutlicht. In der Simulationen ist sowohl bei 25% als auch bei 50% Rippenabstand (Position A und B) eine Rückströmung sichtbar, die Messungen zeigen lediglich bei 25% Rippenabstand (Position A) eine Rückströmung in Wandnähe.

Abbildung 6.5 zeigt die entdimensionalisierte Querkomponente der Geschwindigkeit $\frac{v}{U_b}$ von Simulation und Experiment im Vergleich. Die Rippen sind wechselseitig am oberen und unteren Rand angeordnet. Durch die Verdrängungswirkung der Rippen mäandert die Strömung zwischen dem oberen und dem unteren Rand. Infolgedessen wechselt das Vorzeichen der Querkomponente an den verschiedenen Messpositionen. Besitzt die Querkomponente beispielsweise ein negatives Vorzeichen, dann ist die Strömung zur unteren Wand gerichtet und umgekehrt. Beide Rechnungen stimmen qualitativ mit den Messwerten überein, sagen jedoch im Mittel geringere Quergeschwindigkeiten vorher. Die größten Unterschiede zeigen sich, wie auch bei der Hauptströmungsgeschwindigkeit, oberhalb der Rippen, an den Positionen 0% und 50%. An diesen Positionen wird eine Verdrängung der Strömung gemessen, die zu einer deutlichen Querkomponente führt. In den Simulationen hingegen strömt das Fluid nahezu parallel über die Rippe.

Die Abbildungen 6.6, 6.7 und 6.8 zeigen entdimensionalisierte Komponenten des Reynoldsspannungstensors ermittelt über Gleichung 3.15. Die beiden Reynoldsspannungskomponenten $u'_x u'_x$ und $u'_y u'_y$ sind Anteile der turbulenten kinetischen Energie. Die Auftragung dieser beiden Komponenten zeigt, dass die Simulationen den im Experiment beobachteten Turbulenzgrad zwar qualitativ richtig, jedoch mit einem zu geringen Betrag vorhersagen. Das Hellsten EARSIM kann die gemessene $u'_x u'_x$ -Komponente besser reproduzieren als das Menter SST Modell. Der Gradient der Reynoldsspannungen hat einen direkten Einfluss auf die Impulsglei-

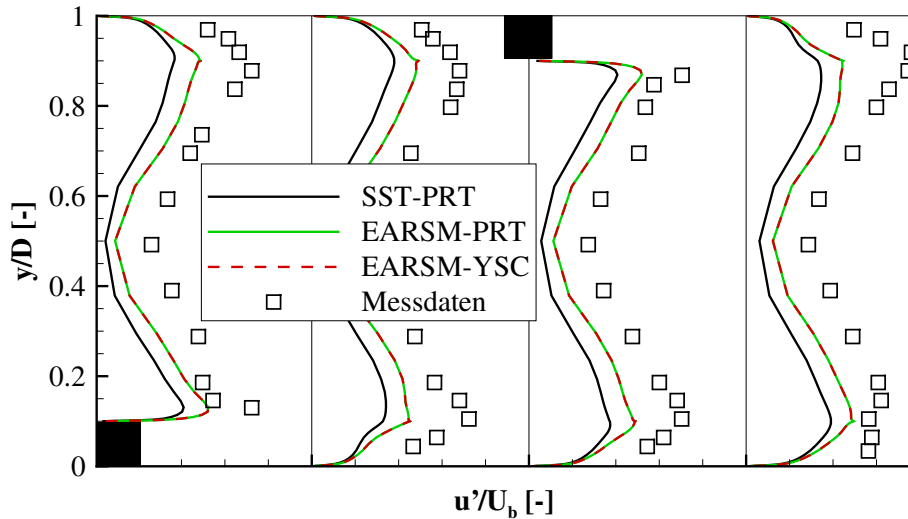


Abbildung 6.6: Schwankungsgeschwindigkeit in Strömungsrichtung

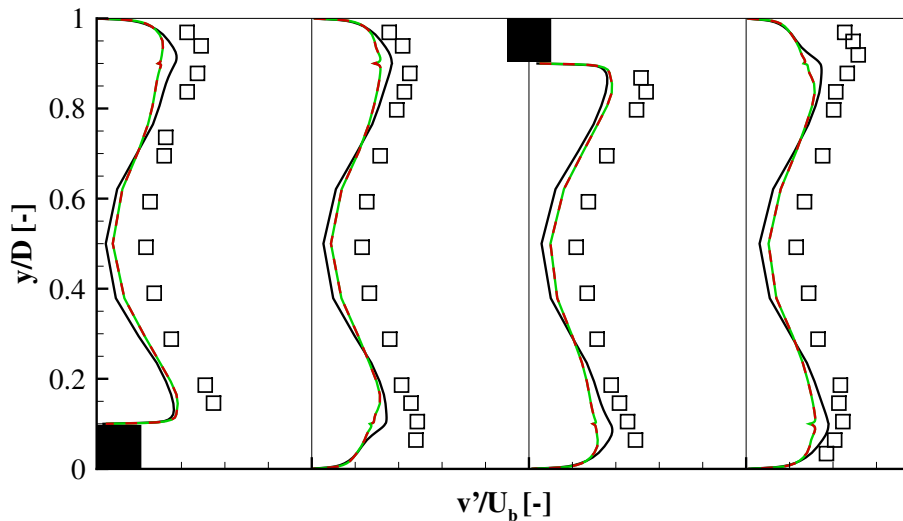


Abbildung 6.7: Schwankungsgeschwindigkeit quer zur Strömungsrichtung

chung 3.12. Die Simulationen können den Reynoldsspannungsgradienten in y-Richtung der $u'_x u'_y$ -Komponente im Bereich der Rückströmung nicht korrekt wiedergeben. Die entsprechenden Stellen sind in Abbildung 6.8 markiert. Damit ist eine direkte Kopplung an den Impuls in Strömungsrichtung gegeben. In der Konsequenz wird die bereits diskutierte veränderte Ausdehnung des Rezirkulationsgebiets simuliert.

An allen Positionen und für beide Turbulenzmodelle zeigt sich der Trend, dass die numerischen Rechnungen das Niveau der Reynoldsspannungen global unterschätzen. Eine falsch gewählte Turbulenzrandbedingung kann als Fehlerquelle ausgeschlossen werden, da es sich bei der Strömung um eine voll ausgebildete Rohrströmung handelt, in der der Turbulenzgrad nicht von den Eingangsrandbedingungen abhängt. Insgesamt zeigt sich, dass die Ergebnisse, die durch das explizite algebraische Reynoldsspannungsmodell berechnet wurden, näher an die Messdaten heranreichen als die der Modellierung mit Menter SST. Dennoch sind in beiden Modellierungen signifikante Defizite, insbesondere in der Wiedergabe der Sekundärströmungsstrukturen sichtbar.

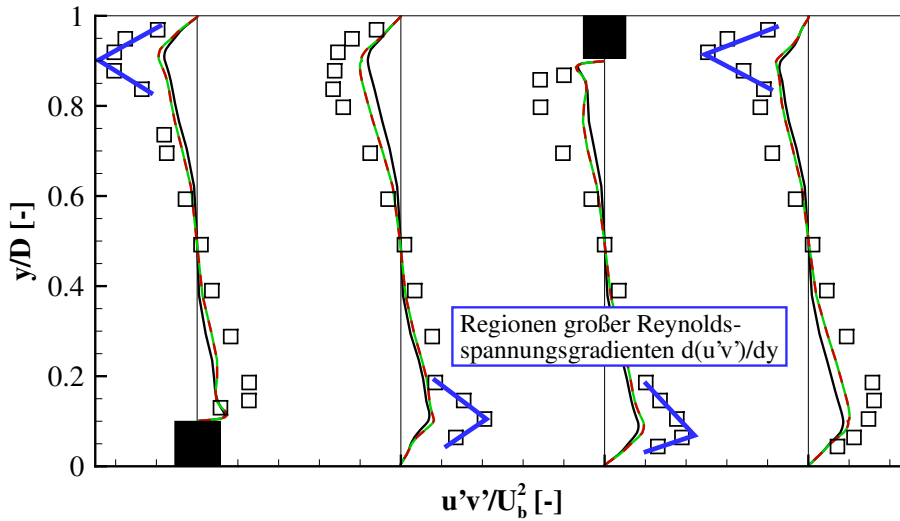


Abbildung 6.8: $u'_x u'_y$ -Komponente des Reynoldsspannungstensors

6.1.3 Wärmeübergangskoeffizient und turbulenter Wärmestrom

In Abbildung 6.9 ist die Nusseltzahl entlang der beheizten Seitenwand aufgetragen. In Rohrströmungen wird die Nusseltzahl üblicherweise mit einer gemittelten Referenztemperatur T_B gebildet:

$$Nu = \frac{\dot{q}D}{\lambda} \frac{1}{T_w - T_B} \quad (6.1)$$

Als Referenztemperatur T_B dient die massenstromgemittelte Temperatur, die in erster Näherung als konstant in x-Richtung angenommen werden kann:

$$T_B = \frac{\int_0^D T U y dy}{\int_0^D U y dy} \quad (6.2)$$

Die Verteilung der Nusseltzahl ähnelt sich in allen Rechnungen, da die Modelle eine ähnliche Topologie des Strömungsfelds vorhersagen (siehe Abbildung 6.2). Die Nusseltzahlkurven besitzen ein globales Maximum bei etwa 60% Rippenabstand. Die Position dieses Maximums entspricht dem Wiederanlegepunkt der Strömung. Außer dem Maximum fallen noch zwei lokale Minima in der Nusseltzahlkurve der Rechnungen auf. Diese Minima entsprechen in ihrer Lage dem Ablösepunkt des Hauptwirbels (bei x/D etwa 0.05) und dem Ablösepunkt vor dem kleinen Wirbel (bei x/D etwa 0.9). Die Messdaten weisen ebenfalls ein Nusseltzahlmaximum in der Mitte zwischen zwei Rippen auf. Die lokalen Minima an den Ablösepunkten sind in den Messdaten nicht zu erkennen.

Alle Rechnungen sagen einen geringeren Wärmeübergang vorher, als die Messdaten zeigen. Die einzelnen Modellkombinationen zeigen jedoch quantitative Unterschiede. Die Kombination SST-PRT modelliert den geringsten Wärmeübergang. Das globale Maximum wird in dieser Modellkombination um mehr als ein Drittel unterschätzt. Die Anwendung des expliziten algebraischen Modells in der Kombination EARSM-PRT verringert die Differenz zur Messung geringfügig. Die Modellkombination EARSM-YSC mit der generalisierten Gradientendiffusion zeigt die geringste Abweichung von den Messdaten. Das Nusseltzahlmaximum erreicht, mit einer Abweichung von nur etwa 10%, nahezu den Wert der experimentell ermittelten Daten.

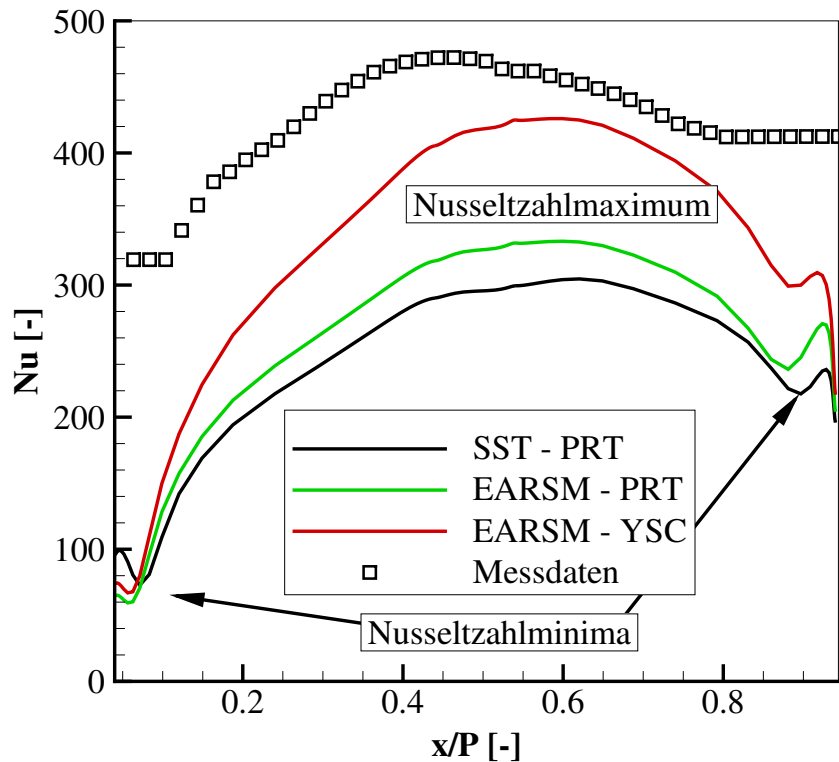


Abbildung 6.9: Nusseltzahlen in der Kanalmitte

Im Vergleich der Simulation und der Messung zeigt sich, dass die Messung keine lokalen Minima an den Ablösepunkten besitzt. Der Wärmeübergang bleibt insbesondere in der Nähe der Rippen auf einem hohen Niveau. In den Rechnungen hingegen fällt die Nusseltzahl auf sehr geringe Werte. Die Ursache hierfür ist, dass in den auskonvergierten stationären RANS Rechnungen eine scharf abgegrenzte ortsfeste Ablösung der Strömung simuliert wird. Bei konstantem Wandwärmestrom kommt es hier zu einem lokalen Anstieg der Wandtemperatur und infolgedessen zu einem Rückgang der Nusseltzahl. Abbildung 6.10 zeigt die Temperaturverteilung in der Nähe einer Rippe mit einem ausgeprägten Anstieg der Temperatur in dem Ablösepunkt. Diese Situation kommt im Experiment nicht vor, da es sich um eine instationäre Strömung handelt, in der die Lage des Ablösepunkts fluktuiert.

In Abbildung 6.11 ist der normierte Betrag des turbulenten Wärmestroms für alle drei Modellkombinationen geplottet. Die beiden Rechnungen SST-PRT und EARSM-PRT sagen vergleichbare Wärmeströme vorher. Die geringen Unterschiede ergeben sich aufgrund der verschiedenen Beträge der Reynoldsspannungskomponenten, die für die turbulente kinetische Energie maßgeblich sind. Die Anwendung des expliziten algebraischen Wärmeflussmodells in der Modellkombination EARSM-YSC sagt den turbulenten Wärmestrom signifikant größer vorher. Die größten Unterschiede liegen in einer Region von 20% bzw. 80% relativer Kanalhöhe. In dem Bereich erreichen auch die Reynoldsspannungen ihren maximalen Wert. Die Berücksichtigung des gesamten Reynoldsspannungstensors für die Berechnung der turbulenten Wärmeflüsse führt zu einem größeren turbulenten Wärmestrom in dieser Region. In Wandnähe und in der Kanalmitte sagen Modelle ähnlich große Wärmeströme vorher.

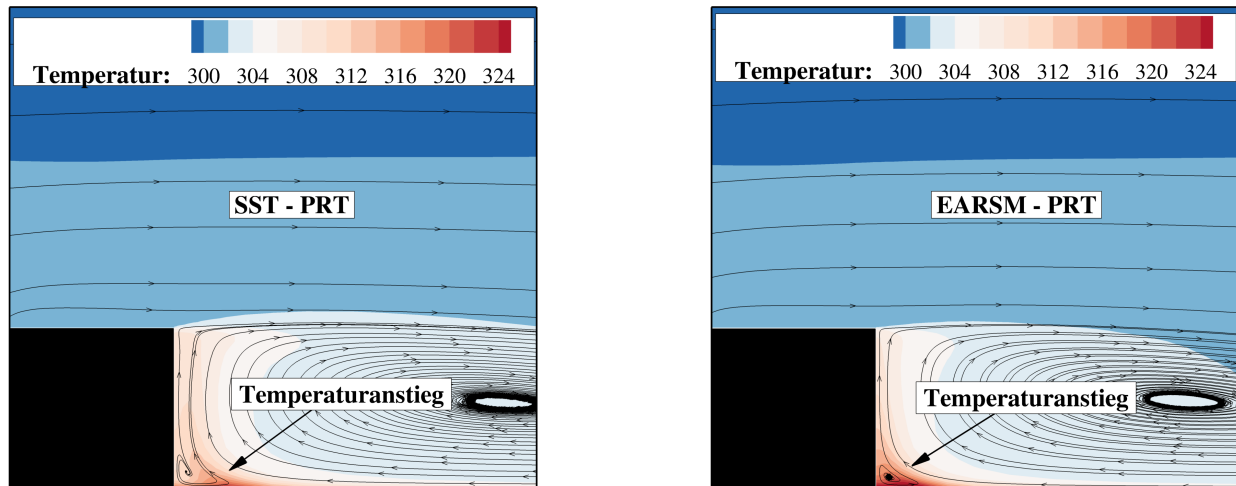


Abbildung 6.10: Temperaturverteilung in der Ablösung

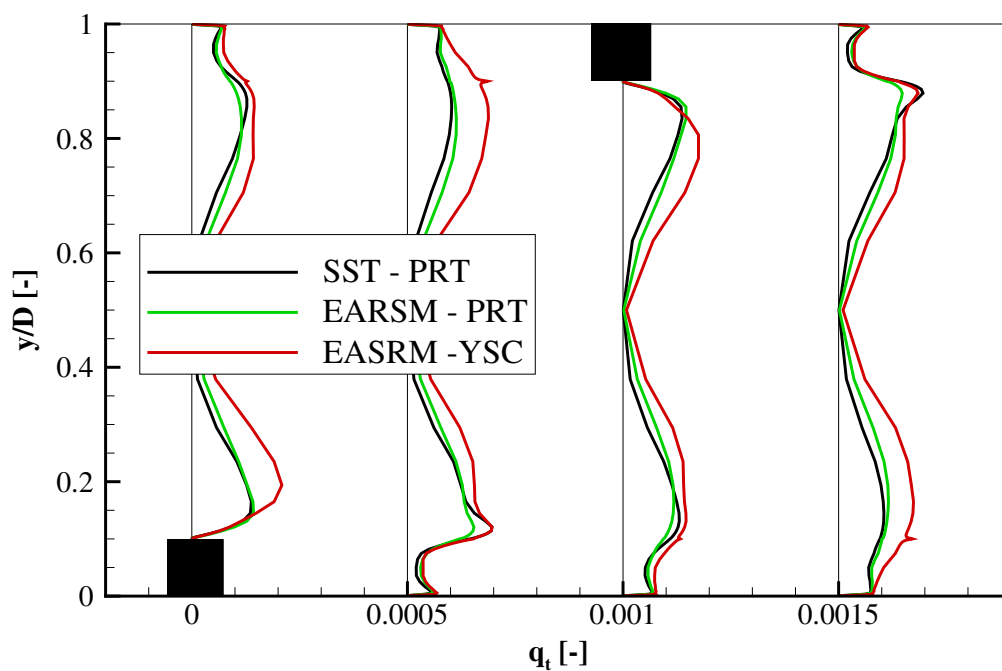


Abbildung 6.11: Betrag des turbulenten Wärmestromvektors

6.1.4 Bewertung des Testfalls

Die stationäre RANS Rechnung zeigt das Potential der generalisierten Gradientendiffusion, in einer abgelösten Kanalströmung den Wärmeübergang mit einer höheren Genauigkeit vorherzusagen. Die Modellierung sorgt für eine Vergrößerung des turbulenten Wärmestroms im Bereich der turbulenten Scherschicht oberhalb der Strömungsablösung, im Bereich der maximalen Reynoldsspannungen. Wie bereits bei der Grenzschicht der ebenen Platte ist in diesem Testfall eine zuverlässige Vorhersage der Reynoldsspannungen die wichtigste Voraussetzung um die Genauigkeit weiter zu steigern. Da die beiden Turbulenzmodelle global noch einen niedrigeren

Turbulenzgrad simulieren als die Messungen beobachten, ist eine Genauigkeitssteigerung durch eine verbesserte Reynoldsspannungsvorhersage zu erwarten.

Die stationäre RANS Simulation führt zu einem stationären Wirbelsystem, was im Bereich der Strömungsablösung zum Einbruch des Wärmeübergangs führt. Das wirft die Frage auf, ob sich durch eine instationäre RANS Rechnung die Wirbelinteraktion auflösen lässt und ob sich zeitlich gemittelt ein Einbruch der Nusseltzahlen zeigen würde. Die Strömung hinter einer zurückspringenden Stufe (backward facing step) kann hierfür als Vergleich dienen. Lee und Sung [39] untersuchen die Druckfluktuationen an einer zurückspringenden Stufe experimentell und präsentieren ein Frequenzspektrum. Die Untersuchungen zeigen eine breitbandige, niederfrequente Anregung bei Strouhalzahlen zwischen 0.066 und 0.08. Die Frequenzen der Wirbelinteraktion zeigen sich bei Frequenzen, die um ein bis zwei Größenordnungen darüber liegen. Durch das breite Spektrum der relevanten Frequenzen und das Fehlen einer schmalbandigen Anregungsfrequenz wird durch eine instationäre Simulation keine deutliche Genauigkeitssteigerung erwartet. Ashcroft [6] untersucht numerisch und experimentell die Schallerzeugung in überströmten Kavitäten und kommt zum Ergebnis, dass die Auflösung der kleinskaligen Fluktuationen mit dem URANS Ansatz nicht abbildbar ist. Für eine signifikante Genauigkeitssteigerung wären skalenauflösende Rechnungen nötig, die jedoch nicht Teil dieser Arbeit sind.

6.2 Turbinenstufe mit Plattformkühlung AITEB

Das Projekt **A**ero**ther**mal **I**nvestigation of **T**urbine **E**ndwalls and **B**lades - AITEB (vgl. Rehder und Dannhauer [50], Haselbach und Schiffer [26]) ist ein Experiment zur Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten und Filmkühleffektivität für die Plattformkühlung von Hochdruckturbinenleitschaufeln.

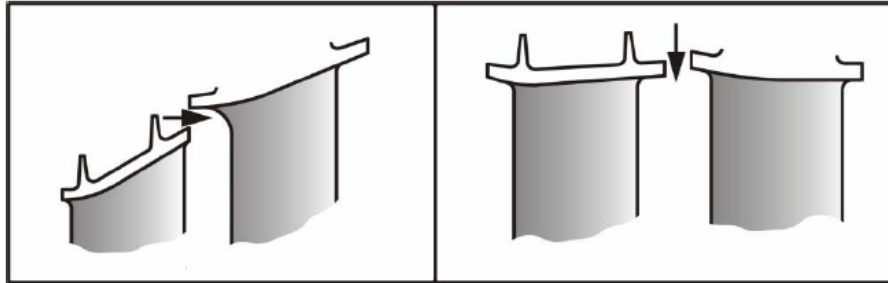


Abbildung 6.12: Ausblaserichtungen der Sperrluft

In Gasturbinen gibt es konstruktionsbedingt einen Spalt zwischen rotierenden und stehenden Schaufeln. Um die inneren Bauteile vor dem Heißgas aus dem Turbinenringraum zu schützen, wird aus diesem Spalt ein Kühlluftstrom ausgeblasen. Abbildung 6.12 zeigt zwei Varianten wie stromauf der Vorderkante an der Seitenwand ein Kühlfilm ausgeblasen wird. Diese Ausblasung kann je nach Ringraumgeometrie entweder quer zur Hauptströmungsrichtung oder in Hauptströmungsrichtung erfolgen. Die ausgeblasene Kühlluft überlagert sich mit der von Sekundärströmungseffekten geprägten Wandgrenzschicht. Für eine genaue Vorhersage der Kühleffektivität muss in dieser Strömung der Wärmetransport mit einer hohen Genauigkeit vorhergesagt werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ausschließlich die parallele Einblasung von Kühlluft vorgestellt. Bei einer parallelen Einblasung von Kühlluft ergibt sich unmittelbar hinter der Ausblasung zunächst eine Schichtung von kalter Luft und wärmerem Fluid aus dem Hauptgaspfad. Aufgrund der geringen Querkomponente der Strömungsgeschwindigkeit, die zu einem vernachlässigbaren konvektiven Wärmeaustausch zwischen den Schichten führt, dominiert hier der diffusive Wärmetransport. Dementsprechend eignet sich die parallele Einblasung besonders gut für die Validierung des Wärmeflussmodells, welches den diffusiven Transport von Wärme genauer abbilden soll.

6.2.1 Beschreibung des Testfalls

Sehnenlänge	200mm
Axiale Sehnenlänge	147.54mm
Teilungsverhältnis	0.787
Staffelungswinkel	42.2°
Anströmwinkel	-7.14°

Tabelle 6.1: Geometrische Parameter des AITEB Gitters

Für den AITEB Testfall wurde ein strukturiertes Netz in OCH-Topologie erstellt. Die Auflösung beträgt 170 Netzzellen in spannweittiger Richtung und 265 Zellen rund um die Schaufel. An allen Seitenwänden ist eine low-Reynolds-Auflösung mit einem dimensionslosen Wandabstand

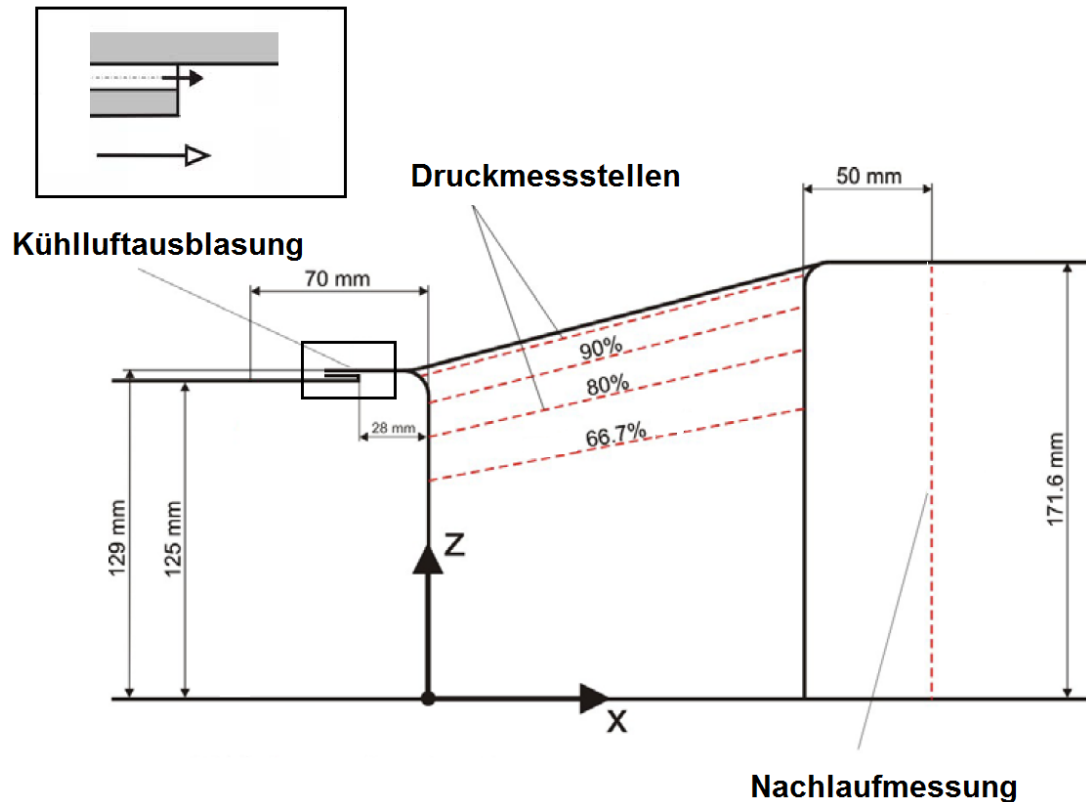


Abbildung 6.13: Übersicht über die Testfallgeometrie 1

Einströmtemperatur	$T_1 = 296K$
Einströmtotaldruck	$P_{t1} = 98800Pa$
Einströmturbulenzgrad	$FSTI = 10\%$
Kühlluftmassenstrom	$m_{kl} = 2\%$
Einströmmachzahl	$Ma_1 = 0.245$
Abströmmachzahl	$Ma_2 = 0.542$
Einströmreynoldszahl	$Re_1 \approx 1.1 \cdot 10^6$
Abströmreynoldszahl	$Re_2 \approx 2.1 \cdot 10^6$

Tabelle 6.2: Aerodynamische Randbedingungen

$y^+ < 1$ realisiert. Mit einer Zellwachstumsrate kleiner 1.3 ergibt sich für den Testfall eine Gesamtzellenanzahl von rund 3.5 Mio. Abbildung 6.15 zeigt die Netztopologie mit einer Detailansicht der Kühlluftausblasung.

Anders als in realen Turbomaschinen, in denen die Schaufeln gekühlt werden, werden im Experiment Schaufel und Endwand beheizt. Bei kleinen Temperaturgradienten, spielt die Richtung des Wärmeflusses bei der Bestimmung von Filmkühleffektivität und Wärmeübergangskoeffizient keine Rolle. Im numerischen Modell wird für die Schaufel und die Endwand ein konstanter Wärmestrom von $11500 \frac{W}{m^2}$ vorgeschrieben. Um möglichst realistische Randbedingungen zu generieren, wurde in den Messungen mithilfe eines aktiven Turbulenzgitters ein Zuströmturbulenzgrad von bis zu 10% erzeugt. Für die nachfolgende Auswertung wurde der Betriebspunkt mit dem höchsten Turbulenzgrad und 2% Einblaserate gewählt. Ein Sperrluftmassenstrom in der Größenordnung von 2% ist eher von akademischer Bedeutung. Dieser Betriebspunkt eignet sich jedoch gut für den Vergleich der Wirkungsweise der verschiedenen Turbulenzmodelle. Typische Sperrluftmassenströme in realen Flugzeugtriebwerken sind kleiner 1%.

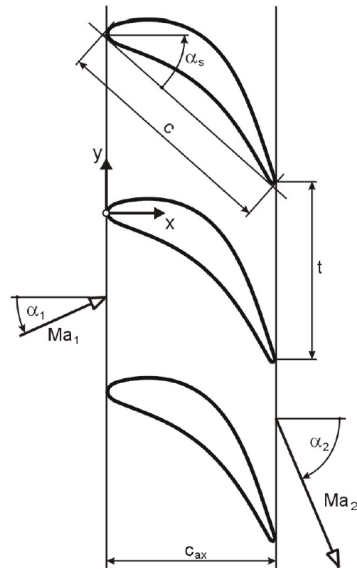


Abbildung 6.14: Übersicht über die Testfallgeometrie 2

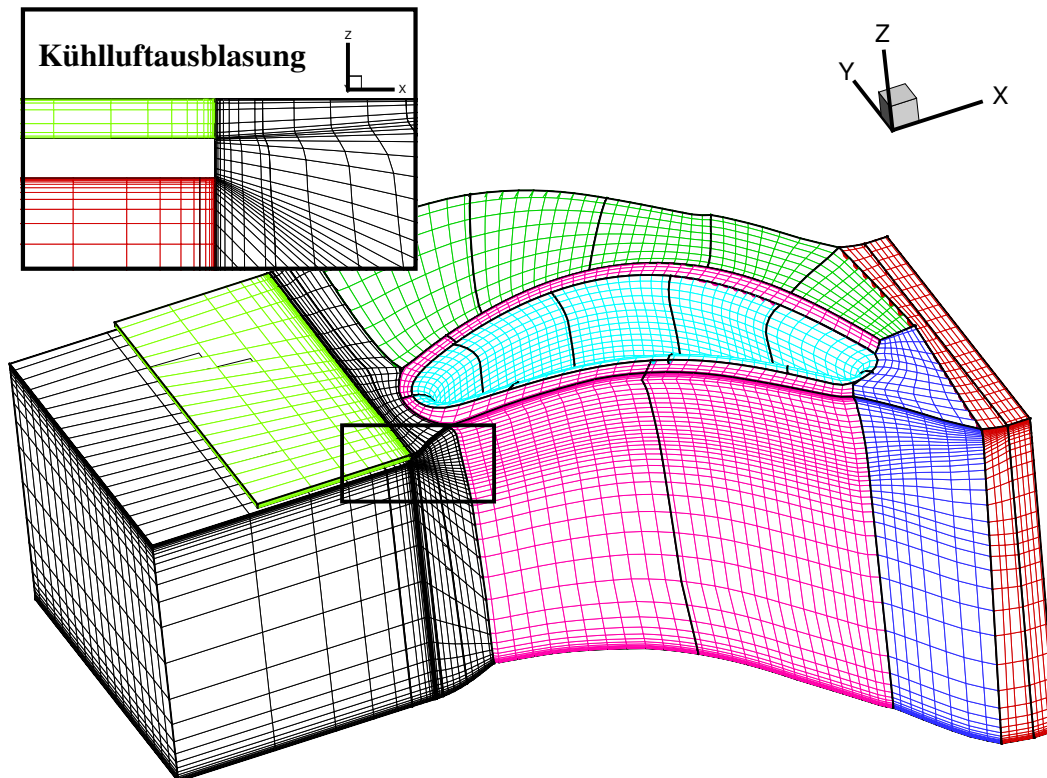


Abbildung 6.15: Vernetzung (jede dritte Zelle dargestellt)

Eine Übersicht über den Aufbau des AITEB Gitters sowie die geometrischen Parameter sind gegeben in Abbildung 6.14 und Tabelle 6.1. Die aero- und thermodynamischen Randbedingungen sind in Tabelle 6.2 aufgeführt. Weitere Informationen zum experimentellen Aufbau und der Messtechnik finden sich bei Rehder und Dannhauer [51], [16] und bei Haselbach und Schiffer

[26].

6.2.2 Turbulenzrandbedingungen

Im Betriebspunkt mit dem Freistromturbulenzgrad 10% kommt der Wahl der Turbulenzrandbedingung eine wichtige Bedeutung zu. In TRACE werden der Turbulenzgrad und das turbulente Längenmaß vorgeschrieben. Während für den Turbulenzgrad in einem Abstand von 100 mm vor der Profilverkante Messwerte existieren, muss für das Längenmaß ein geeigneter Wert festgelegt werden. Das turbulente Längenmaß ist in ω -basierten Turbulenzmodellen eine Hilfsgröße, die das Verhältnis zwischen der spezifischen Dissipationsrate ω zur turbulenten kinetischen Energie k festlegt (siehe Wilcox [66]).

$$\omega_{\infty} = \frac{\sqrt{k_{\infty}}}{l_t} \quad (6.3)$$

Das Verhältnis von k und ω definiert das Abklingverhalten der turbulenten kinetischen Energie bzw. des Turbulenzgrads vor der Turbinenkaskade. Deshalb kann das turbulente Längenmaß als Steuerparameter für das Abklingverhalten der Turbulenz interpretiert werden. Roach [52] untersucht für verschiedene Turbulenzgitter die Abklingrate des Turbulenzgrads

$$Tu = C \left(\frac{x}{d} \right)^{-\frac{5}{7}} \quad (6.4)$$

Für parallele angeordnete Stäbe quadratischen Querschnitts wird von Roach die Konstante $C = 1.13$ angegeben. Das Längenmaß am Eintritt der AITEB-Kaskade kann derart gewählt werden, dass das Abklingverhalten vor der Vorderkante entsprechend der Formel 6.4 wiedergegeben wird. Dazu wird der numerisch errechnete Turbulenzgrad auf einer Linie in der Zuströmung mit dem Turbulenzgrad der nach Formel 6.4 verglichen. Abbildung 6.16 zeigt die Position der Linie sowie den Vergleich des Turbulenzgrads. Die Übereinstimmung im Bereich der unbeschleunigten Strömung ist gut, so dass angenommen werden kann, dass das Längenmaß passend gewählt wurde.

6.2.3 Druck- und Geschwindigkeitsverteilung

Aus dem Projekt AITEB liegen Messdaten über die isentrope Machzahlverteilung vor. Für die Rechnungen wird die isentrope Machzahl über den mittleren Totaldruck an der Eintrittsebene berechnet:

$$Ma_{is} = \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1} \left[\left(\frac{P_{T,1}}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]} \quad (6.5)$$

In Abbildung 6.17 ist die isentrope Machzahl auf Schnitten konstanter Kanalhöhe dargestellt. Das Druckfeld auf der Seitenwand ist in Abbildung 6.18 zu sehen. Die Druckmessstellen aus dem Experiment sind als Rechtecke dargestellt. Die Füllfarbe der Rechtecke entspricht dem lokal gemessenen Wert für die isentrope Machzahl. Es zeigt sich in allen Modellkombinationen eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Werten.

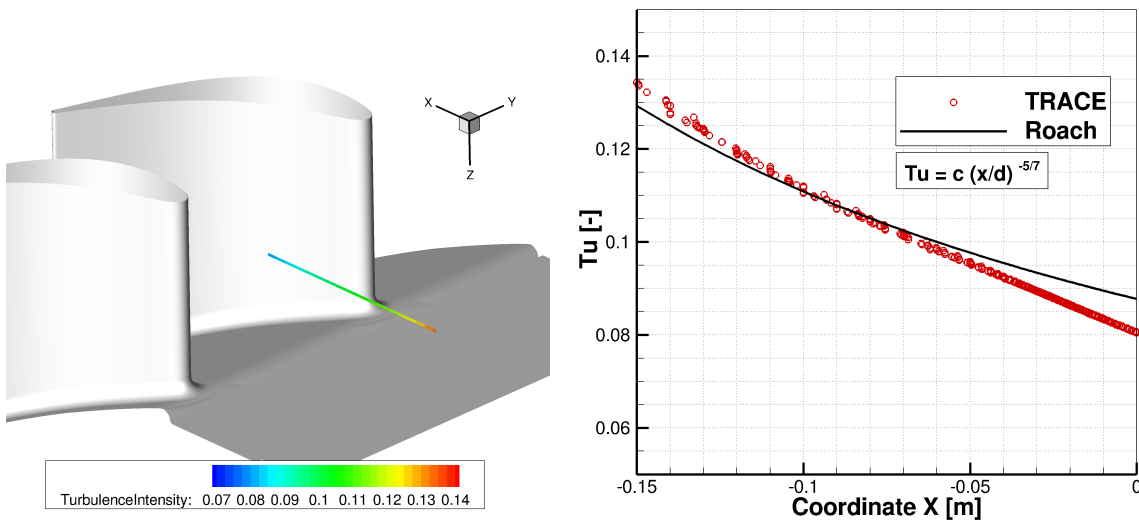


Abbildung 6.16: Turbulenzgrad in der Zuströmung zur Schaufel

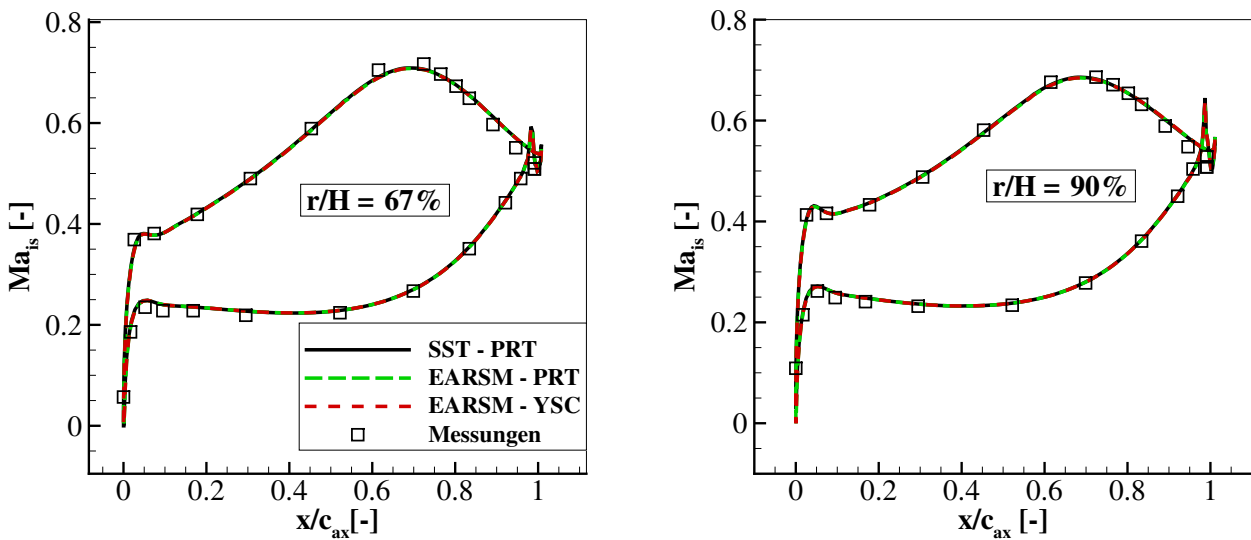


Abbildung 6.17: Machzahlverteilung auf konstanter relativer Kanalhöhe

In Abbildung 6.19 sind numerische Streichlinien auf der Seitenwand im Vergleich zu Ölanstrichbildern aus den Messungen von Rehder und Dannhauer [51] dargestellt. Der Verlauf der numerischen Streichlinien wird bestimmt durch den Wandschubspannungsvektor. Es lassen sich Rückschlüsse auf das Strömungsfeld in unmittelbarer Nähe zur Seitenwand ziehen. Aufgrund des Druckunterschieds zwischen Saug- und Druckseite transportiert der Passagenwirbel Fluid zur Saugseite bzw. auf die Hinterkante. Auf der Schaufel konvergieren die numerischen Streichlinien zu einer gemeinsamen Linie und weisen damit auf ein Ablösen des Fluids von der Schaufeloberfläche hin. Eine weitere Ablöselinie verbindet die Schaufelhinterkanten. Die Lage der Ablöselinien ist in Abbildung 6.19 dargestellt. Stromab der Hinterkante divergieren die Stromlinien und weisen darauf hin, dass an dieser Stelle Fluid aus der Passage in Richtung der Seitenwand strömt. Der Passagenwirbel führt dazu, dass der Kühlfilm zur Schaufelsaugseite transportiert wird und sich dort von der Wand ablöst. In der Folge strömt heißes Fluid aus der Passage zur Seitenwand nach.

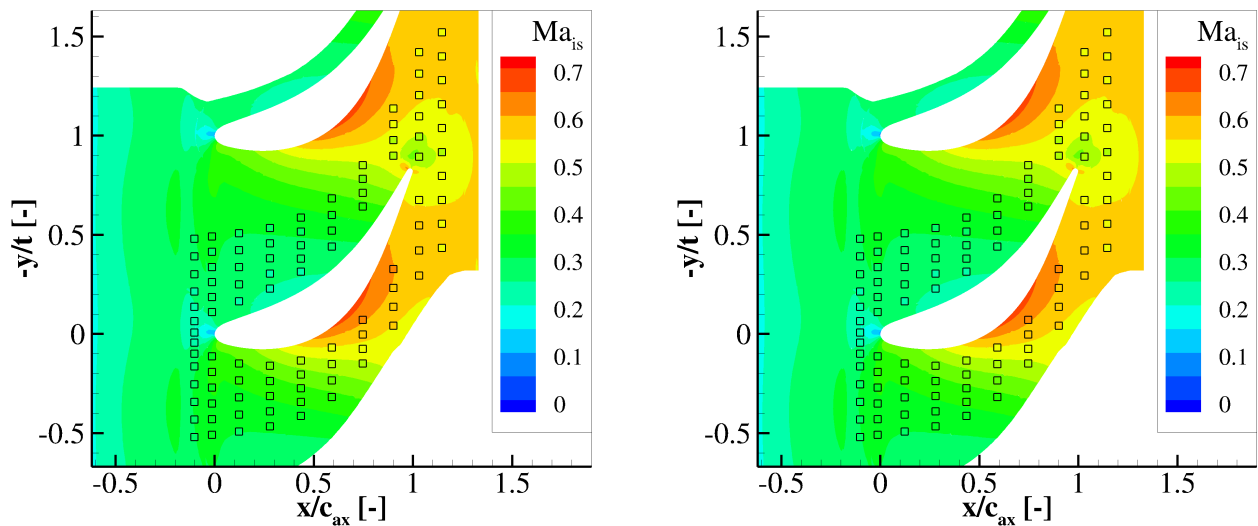


Abbildung 6.18: Machzahlverteilung, SST-PRT (links), EARS-M-PRT (rechts)

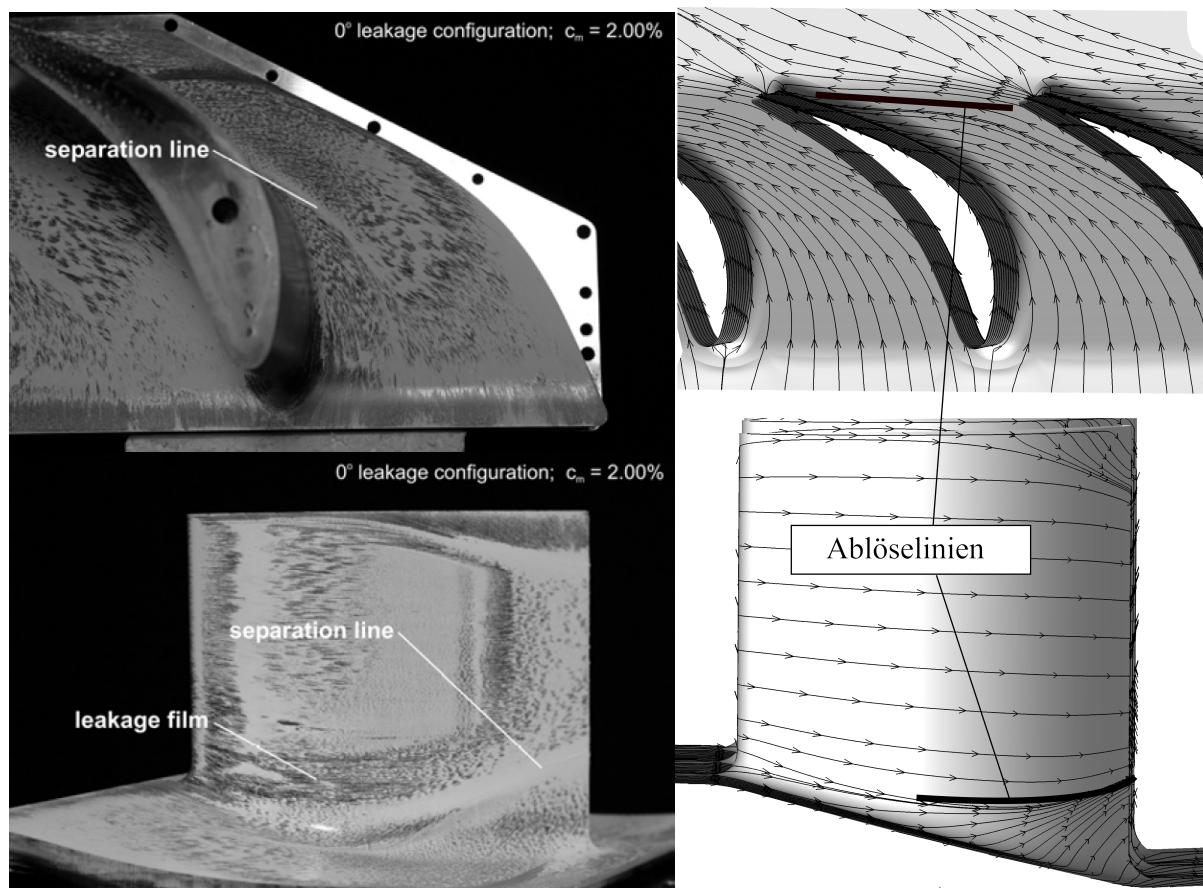


Abbildung 6.19: Wandnahe Strömung: Ölanstrichbilder nach und numerische Simulation

In Abbildung 6.20 ist das lokale Druckverhältnis bezogen auf den Eintrittstotaldruck in der Austrittsebene bei $x/c_{ax} = 1.34$ dargestellt. Dargestellt ist die obere Hälfte des Kanals von der Kanalmitte bis zur filmgeköhlten Seitenwand. In diesem Bereich akkumulieren sich die Druck-

verluste, die aus dem Schaufelnachlauf, dem Passagenwirbel und aus der Ausmischung des Kühlfilms resultieren. Ein Hufeisenwirbel konnte weder experimentell noch numerisch nachgewiesen werden. Rehder und Dannhauer [51] beschreiben, dass die auf die Schaufelvorderkante auftreffende Grenzschicht durch die Kühlluftausblasung mit 2% Massenstrom vollständig aufgefüllt wird, sodass es zur Unterdrückung des Hufeisenwirbels kommt. Bei etwa einer relativen Kanalhöhe von etwa 70% wurde in der saugseitigen Hälfte des Nachlaufs der größte Druckverlust gemessen. Der Vergleich mit Abbildung 6.19 zeigt, dass es sich dabei um den abschwimmenden Passagenwirbel handelt.

In der numerischen Simulation sind alle Nachlaufstrukturen weniger ausgedehnt und schärfer abgegrenzt sichtbar. Die schärfer abgegrenzte Form weist auf eine geringere Nachlaufausmischung hin, die geringere Ausdehnung auf geringere Sekundärströmungsverluste. Geringere Sekundärströmungsverluste werden in den numerischen Rechnungen, insbesondere in der Nähe der Seitenwand sichtbar. Zudem liegt in den Rechnungen das Druckverlustmaximum näher an der Seitenwand, bei etwa 80% relativer Kanalhöhe. Die Turbulenzmodelle SST und EARSM unterscheiden sich voneinander lediglich geringfügig bei der Vorhersage der Breite des Nachlaufs. Das Hellsten EARSM berechnet den Nachlauf breiter. Es ist kein Einfluss der Wärme-flussmodellierung auf die Druckverluste erkennbar.

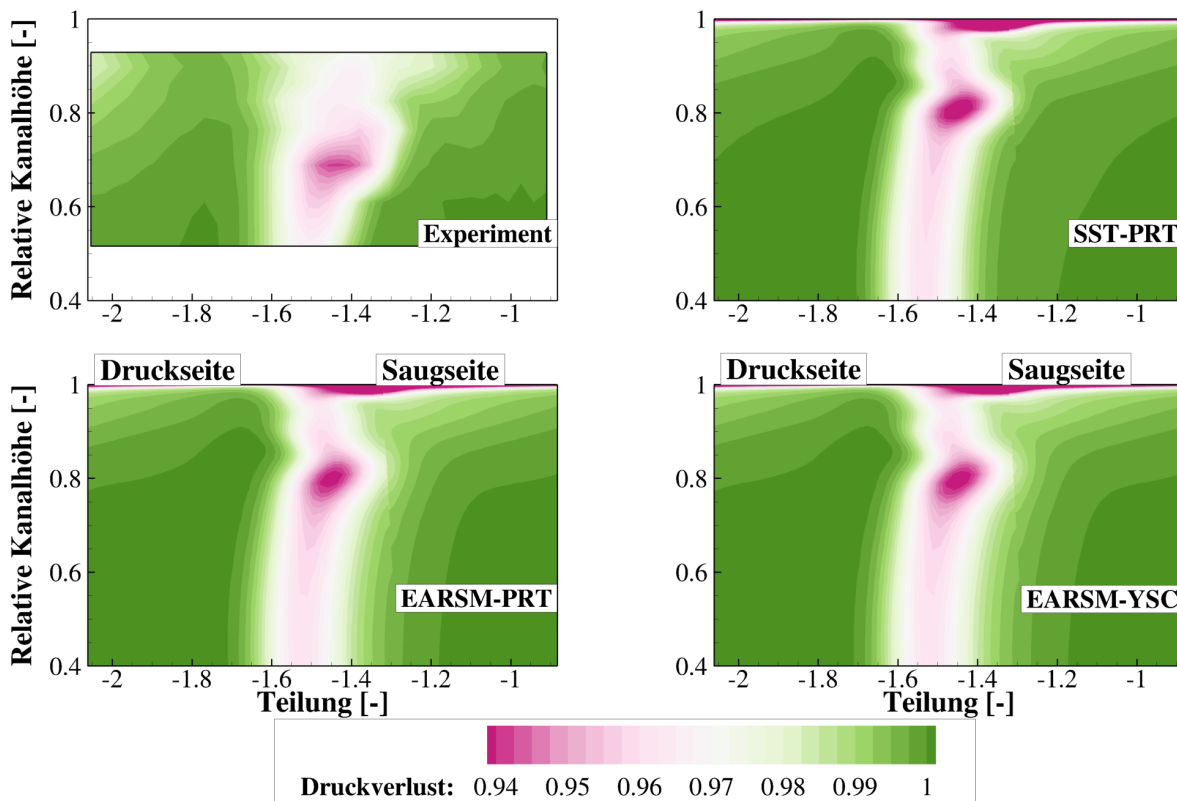


Abbildung 6.20: Druckverteilung im Nachlauf

Die Sekundärströmungsstrukturen beeinflussen die Effektivität des Kühlfilms. Für die weitere Untersuchung von Wärmeübergang auf der Endwand sowie der adiabaten Filmkühleffektivität ist es daher hilfreich, die Seitenwand in zwei Bereiche einzuteilen: einen Bereich A, in dem der Kühlfilm anliegt, und einen Bereich B, in dem Fluid aus höherliegenden Schichten durch Umverteilungsprozesse in Kontakt mit der Wand kommt. In Abbildung 6.21 ist die Lage des Bereichs B schraffiert dargestellt. Die nicht schraffierten Teile der Seitenwand lassen sich Bereich A zuordnen. Die Turbulenzmodelle Menter SST und Hellsten EARSM berechnen qualitativ gleiche Verteilungen für die numerischen Streichlinien. Bei der Einteilung der Bereiche muss deshalb keine Unterscheidung für die Turbulenzmodelle gemacht werden.

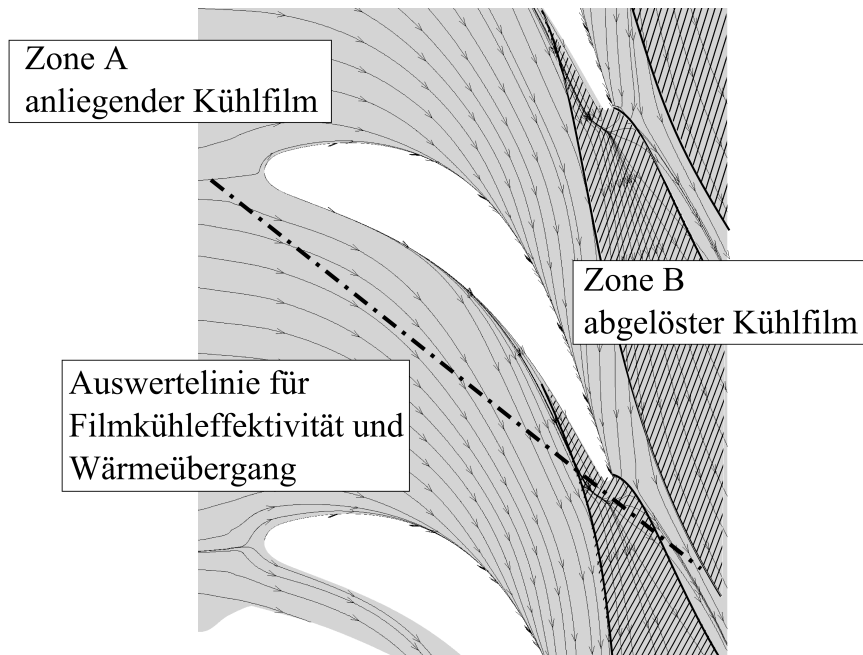


Abbildung 6.21: Zonenaufteilung und Lage des Schnitts

6.2.4 Filmkühleffektivität und Wärmeübergangskoeffizient

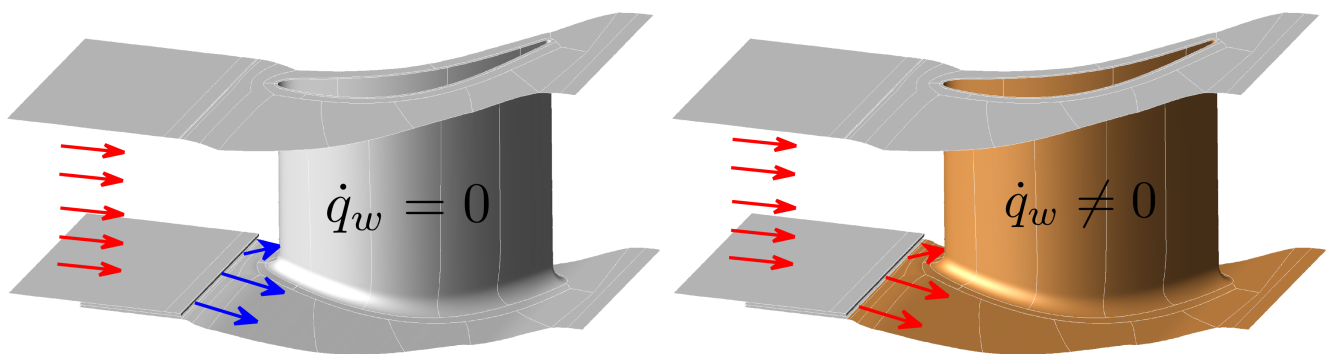


Abbildung 6.22: Fallunterscheidung für AITEB

In der Simulation werden der Ausmischungsvorgang des Kühlfilms und der Wärmetransport in die Seitenwand voneinander isoliert betrachtet. Zu diesem Zweck werden zwei Grenzfälle untersucht:

In der ersten Konfiguration werden Plattform und Schaufel adiabatisch gerechnet. Der Wandwärmestrom \dot{q}_w ist gleich Null. Die Kühllufttemperatur besitzt eine geringere Temperatur als das Heißgas. In dieser Konfiguration wird die Filmkühleffektivität η_c nach Gleichung 6.6 bewertet. In der zweiten Konfiguration wird auf Plattform und Schaufel ein konstanter Wärmestrom aufgeprägt und die Temperatur der Kühlluft gleicht der Freistromtemperatur (isoenergetische Ausblasung). Beide Fälle sind schematisch in Abbildung 6.22 dargestellt.

$$\eta_c = \frac{T_R - T_K}{T_K - T_{t,1}} \quad (6.6)$$

Zunächst soll die Filmkühleffektivität η_c betrachtet werden. In Abbildung 6.23 ist die Filmkühl-

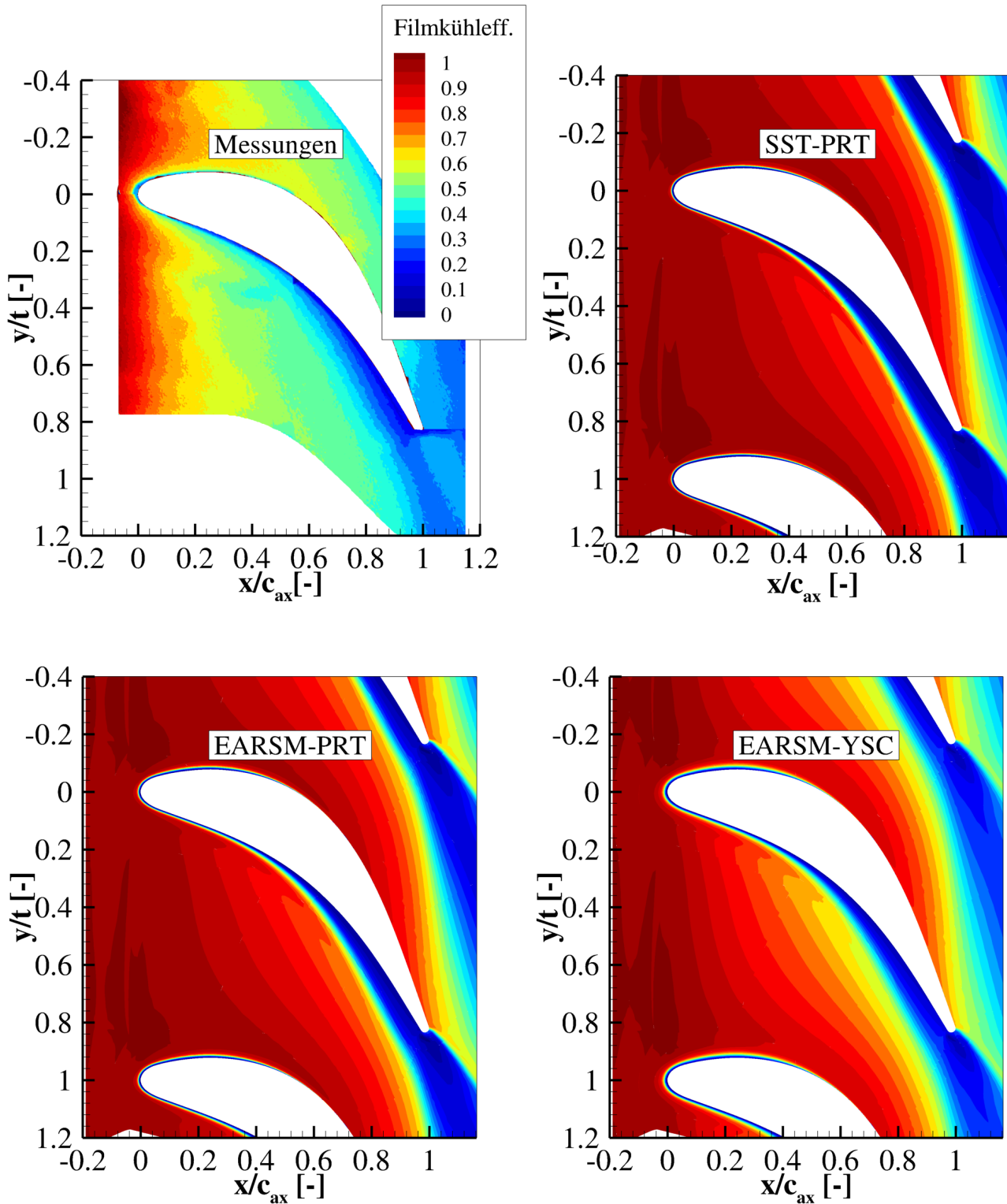


Abbildung 6.23: Filmkühleffektivität

effektivität für das Experiment und die drei verschiedenen Turbulenzmodellkombinationen geplottet. In der Auftragung der Filmkühleffektivität lassen sich die beiden Zonen, die im vorangehenden Abschnitt beschrieben wurden, wiedererkennen. Die Zone A mit anliegendem Kühlfilm ist gekennzeichnet durch eine vergleichsweise hohe Filmkühleffektivität. Die Zone B hingegen weist geringe Filmkühleffektivität auf. In der Zone A beträgt die Filmkühleffektivität in allen Rechnungen und dem Experiment nahezu 1 kurz hinter der Kühlluftausblasung. Durch diffusive Ausmischung mit dem wärmeren Fluid aus der Hauptströmung fällt die Filmkühleffektivität in Strömungsrichtung zunächst langsam auf geringere Werte ab. Generell sagen die

numerischen Rechnungen die Ausmischungsrate geringer vorher als das Experiment. Signifikante Unterschiede ergeben sich zwischen den beiden Wärmeflussmodellierungen. Die Modellkombinationen SST-PRT und EARSM-PRT, die die einfache Gradientendiffusion verwenden, zeigen eine deutlich geringere Abklingrate der Filmkühleffektivität als die Modellkombination EARSM-YSC.

Deutlicher wird der Unterschied in der Schnittdarstellung in Abbildung 6.24. Die Modellierung mit generalisierter Gradientendiffusion zeigt eine geringere Abweichung von den Messwerten als die beiden anderen Modellkombinationen. In Abbildung 6.24 ist bei etwa 90% Sehnenlänge ein deutlicher Abfall der Filmkühleffektivitätswerte sichtbar. Diese Position markiert die Grenze zwischen der Zone A und B an der der Kühlfilm von der Seitenwand ablöst. In der Zone B ist wärmeres Fluid aus der Kanalmitte an die Seitenwand gelangt und sorgt für geringe Filmkühleffektivitätswerte. In der Abbildung 6.23 ist diese Zonengrenze deutlich durch den Farbumschlag sichtbar. Auch in der Zone B zeigt die Modellkombination EARSM-YSC eine bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Daten als die beiden anderen Modellkombinationen. Hier unterschätzen die Modellkombinationen SST-PRT und EARSM-PRT die Filmkühleffektivität. Das Fluid, das aus der Passage angesaugt wird und sich im Nachlauf an die Seitenwand legt, hat aufgrund der durch das Younis Modell simulierten höheren Durchmischung bereits eine geringere Temperatur. Dies macht sich in einer höheren Filmkühleffektivität bemerkbar.

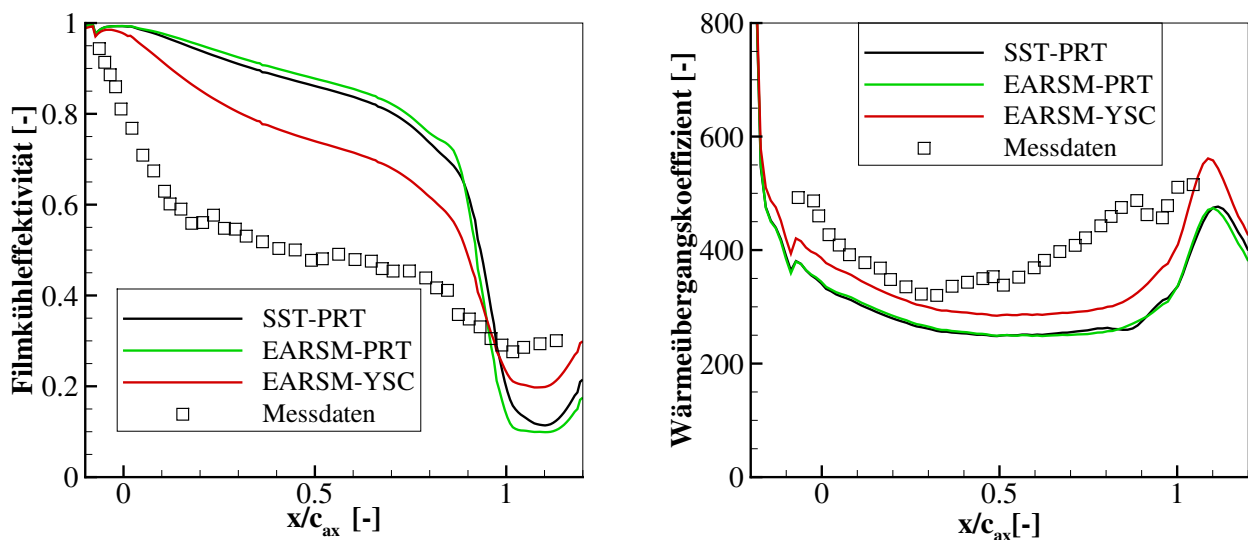


Abbildung 6.24: Schnittdarstellung auf der Seitenwand

Im Folgenden soll der Wärmeübergangskoeffizient diskutiert werden. In Abbildung 6.25 ist der Wärmeübergangskoeffizient auf der Seitenwand für alle 3 Modellkombinationen zusammen mit den experimentell ermittelten Werten geplottet. Wie bereits in der Auftragung der Filmkühleffektivität ist hier die Zonenaufteilung sichtbar. In Zone A, der Zone mit anliegendem Kühlfilm, sinkt der Wärmeübergangskoeffizient von der Einblasung zur Passagenmitte hin ab. Die Erklärung für die Abnahme des Wärmeübergangskoeffizienten liegt im Anwachsen der Grenzschichtdicke, vergleichbar zu der Strömung an der ebenen Platte in Kapitel 5.2. Die größten Werte des Wärmeübergangskoeffizienten sind im Bereich der Schaufelvorderkante und unmittelbar hinter der Kühlluftausblasung zu finden. In diesen Bereichen bilden sich neue Temperaturgrenzschichten aus. Weiter stromab, in der Zone B, wird kühleres Fluid in die Grenzschicht transportiert, was zu einem erneuten Anstieg des Wärmeübergangskoeffizienten führt. Die höchsten Wärmeübergangskoeffizienten sind unmittelbar hinter der Schaufelhinterkante im Nachlauf zu finden.

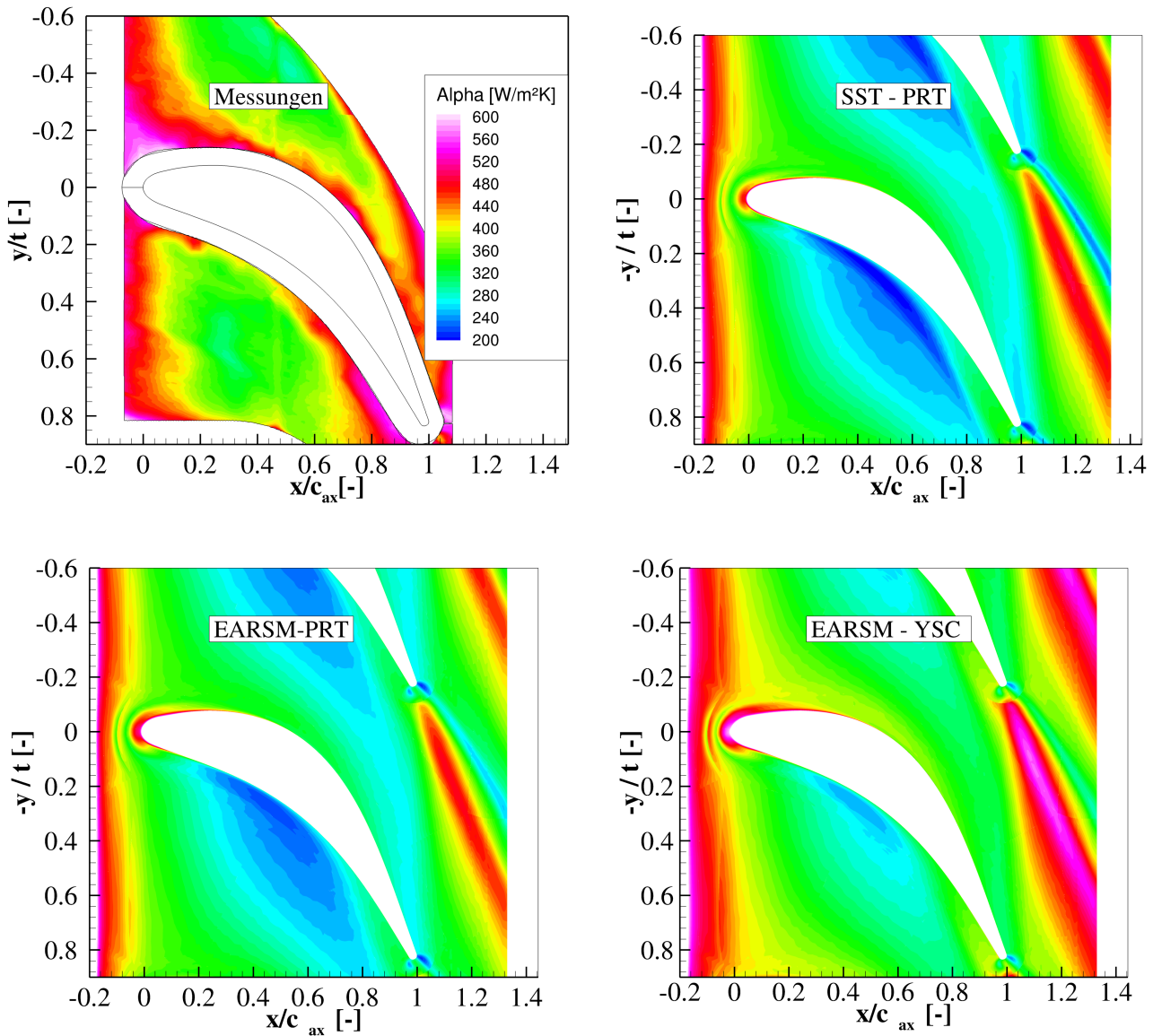


Abbildung 6.25: Wärmeübergangskoeffizient

Alle Simulationen zeigen eine ähnliche Struktur in der Verteilung des Wärmeübergangskoeffizienten. Die Anwendung des Hellsten EARSM bringt im Vergleich zur Wirbelviskositätsmodellierung mit Menter SST sowohl qualitativ als auch quantitativ keine signifikante Veränderung für den Wärmeübergangskoeffizient. Die Wärmeflussmodellierung über das Younis-Modell hingegen zeigt auf der ganzen Seitenwand größere Werte für den Wärmeübergangskoeffizient. In der Schnittdarstellung zeigt sich, dass der Wärmeübergangskoeffizient, der mit der Modellierung nach Younis berechnet wurde, denselben Verlauf aufweist, jedoch zu höheren Werten verschoben ist. Diese Tendenz zu größeren Wärmeübergangskoeffizienten hat sich auch in der anliegenden Plattengrenzschicht in Kapitel 5.2 gezeigt. Defizite in der Modellierung der Reynoldsspannungsverteilung in der Grenzschicht wurden als Ursache für einen gesteigerten Wärmeübergangskoeffizienten identifiziert.

6.2.5 Diskussion des Testfalls

In dem AITEB Testfall zeigt sich, dass die Modellierung des turbulenten Wärmestroms mithilfe der generalisierten Gradientendiffusion die diffusiven Ausmischungsprozesse im anliegenden

Kühlfilm besser vorhersagen kann als die Modellierung mit konstanter Prandtlzahl. Dennoch bleibt ein signifikanter Unterschied zwischen den gemessenen Größen der Filmkühleffektivität bzw. des Wandwärmeübergangs und der Modellkombination aus explizitem algebraischen Wärmefluss- und Turbulenzmodell.

Der Vergleich der beiden Rechnungen SST-PRT und EARSIM-PRT, die die gleiche Wärmefluss- aber eine unterschiedliche Turbulenzmodellierung verwenden, führt zu einer Aussage des Einflusses der Turbulenzmodelle. Die Auftragung der Druckverluste liefert den Hinweis, dass im Experiment stärkere turbulente Mischungsprozesse stattgefunden haben müssen. In der Nähe der Seitenwand wurden höhere Druckverluste gemessen als die Simulationen zeigen. Die Ergebnisqualität könnte durch eine bessere Vorhersage dieser turbulente Mischungsprozesse mit einer verbesserten Turbulenzmodellierung weiter gesteigert werden.

6.3 Niederdruckturbine mit heißen Strähnen

Abschließend soll die Leistungsfähigkeit der expliziten algebraischen Wärmeflussmodellierung in einer zweistufigen Niederdruckturbine überprüft werden. Die Besonderheit dieses Testfalls ist eine in radialer und Umfangsrichtung variierende Eintrittstemperaturverteilung - eine sogenannte heiße Strähne. Die Experimente am Turbinenteststand ATDR des Instituts für Luftfahrtantriebe der Universität Stuttgart zielen darauf ab, die Ausmischung der heißen Strähne zu untersuchen. Um die Ausmischung in Umfangsrichtung über mehrere Rotor- und Statorreihen hinweg zu simulieren, ist eine zeitgenaue Rechnung, ohne den in stationären Rechnungen üblichen Mischungsebenenansatz, notwendig.

6.3.1 Beschreibung des Testfalls

Geometrie und Aerodynamische Randbedingungen

Reynoldszahlen	75.000 bis 180.000
Abströmmachzahl	0.3
Schaufelzahlen	60-60-60-60
Einströmturbulenzgrad	$FSTI = 1\%$
Temperatur der heißen Strähne	115 %
Vernetzung	$\approx 20 \cdot 10^6$ Zellen

Tabelle 6.3: ATDR Übersicht

Der Niederdruckturbinenteststand ATDR wurde für Untersuchungen bei Reiseflugbedingungen ausgelegt. Im Design des Prüfstands wurden maschinentypische Werte für die Stufenbelastung und Sehnenlänge gewählt. Das Design der Schaufeln stammt von der MTU Aero Engines. Die wichtigsten Angaben zur aktuellen Untersuchung sind in Tabelle 6.3 aufgeführt. Weitere Daten zum Prüfstand finden sich bei Kürner et. al. [35], Lipfert et. al. [42] oder Schinko et. al. [57].

Abbildung 6.26 zeigt den Testfall in einer Übersichtsdarstellung. Die Einstromung erfolgt über den rechten Rand, die heiße Strähne ist farblich angedeutet. Im Kern der heißen Strähne ist die Temperatur etwa 15% über der mittleren Temperatur in der Eintrittsebene. Weiterhin sind die Rotor- und Statorschaufeln sowie die beiden Messebenen gezeigt. Die erste Messebene liegt zwischen Rotor 1 und Stator 2, die zweite Messebene liegt stromab von Rotor 2 kurz vor dem Austrittsrand. Die Einstromungsrandbedingungen sind aus Experimenten bekannt. In der Einstromebene werden Winkel sowie Turbulenzgrad und turbulentes Längenmaß als radiales Profil vorgegeben. Der Freistromturbulenzgrad in der Anströmung beträgt etwa 1%. Totaltemperatur und Totaldruck werden als flächige Randbedingungen vorgeschrieben. Die Temperaturverteilung am Einstromrand umfasst 18° in Umfangsrichtung. Skaliert man die Schaufelzahlen aller Rotor- und Statorreihen auf 60, dann entsprechen 18° jeweils drei Schaufeln. Auf diese Weise lässt sich eine Vollkranzsimulation vermeiden und das Simulationsgebiet auf drei Schaufeln pro Stufe beschränken. An den beiden Messebenen liegen experimentelle Daten zu Strömungswinkeln, Temperaturen, Druck und Turbulenzgrad vor. Alle viskosen Wänden werden adiabatisch simuliert.

Auf allen Wänden wurde eine low-Reynolds Netzauflösung gewählt. Der Wandabstand der ersten Zelle beträgt um $y^+ = 1$. Der durchströmte Ringraum ist in radialer Richtung mit 116 Zellen aufgelöst. Mit der für Turbomaschinen typischen OCH-Topologie ergibt sich die Gesamtzellenzahl des Netzes zu etwa 20 Millionen. Das Netz ist in 111 Blöcke geteilt. Auf diese Weise ist

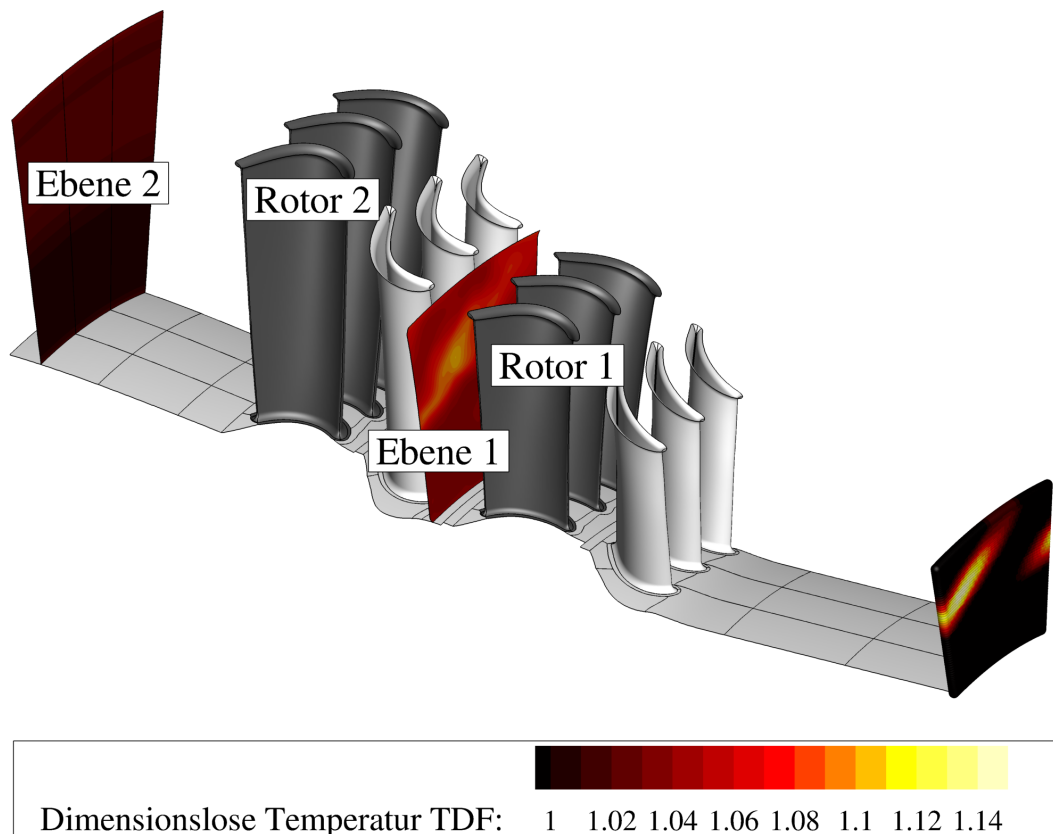


Abbildung 6.26: Übersicht Niederdruckturbine ATDR

eine effektive parallele Abarbeitung sichergestellt. Die Kavitäten, an Rotor 1 und 2 sowie am Stator 2 werden in dieser Untersuchung nicht berücksichtigt, um die Gesamtanzahl der Netzzellen in Grenzen zu halten.

Konfiguration der instationären Rechnung

Für die instationäre Hauptrechnung werden zunächst stationäre Vorrechnungen durchgeführt. Als Konvergenzkriterium dient der Massenstrom über den Austritt. Abbildung 6.27 zeigt den Konvergenzverlauf der stationären Vorrechnung. Nach etwa 1500 Iterationen zeigt Abbildung 6.27 Konvergenz im Massenstrom. Die Änderungen im Stufenwirkungsgrad betragen Werte kleiner als 0.1%. Damit kann die Lösung als auskonvergiert betrachtet werden.

Ausgehend von den stationären Vorrechnungen wird die instationäre Rechnung durchgeführt. Die höchste Anregungsfrequenz ist die Blattfolgefrequenz. Diese Frequenz wird überlagert mit der Störung durch die heiße Strähne. Da die Temperaturstörung genau 18° in Umfangsrichtung und damit genau 3 Schaufeln entspricht, ist die durch die Strähne verursachte Störungsfrequenz genau ein Drittel der Blattfolgefrequenz.

Der Durchgang eines aus 3 Schaufeln bestehenden Segments wird mit 512 Zeitschritten instationär aufgelöst. In einer den Rechnungen vorangegangenen Studie wurde die Zeitschrittzahl schrittweise von 128 Zeitschritten auf 512 Zeitschritte erhöht. Bei 512 Zeitschritten und 25 Zwischeniterationen pro Zeitschritt wird mit dem BDF2-Verfahren eine stabile Lösungskonvergenz erreicht, und die zeitliche Auflösung ist hoch genug, um die Blattfolgefrequenz mit einer hohen

Genauigkeit aufzulösen (vergleiche Ashcroft et. al. [5]). Es werden einige Passagendurchgänge gerechnet, bis sich eine instationäre Lösung eingeschwungen hat. Um die Konvergenz der instationären Rechnungen zu überprüfen, werden der zeitlich gemittelte Massenstrom und der zeitgenaue Massenstrom über den Austritt betrachtet. Abbildung 6.28 zeigt, dass der zeitgemittelte Massenstrom nach etwa 12 Schaufeldurchgängen konstant bleibt. Der Detailvergleich in Abbildung 6.28 zwischen der elften und zwölften Periode zeigt, dass auch der zeitgenaue Massenstrom eingeschwungen ist.

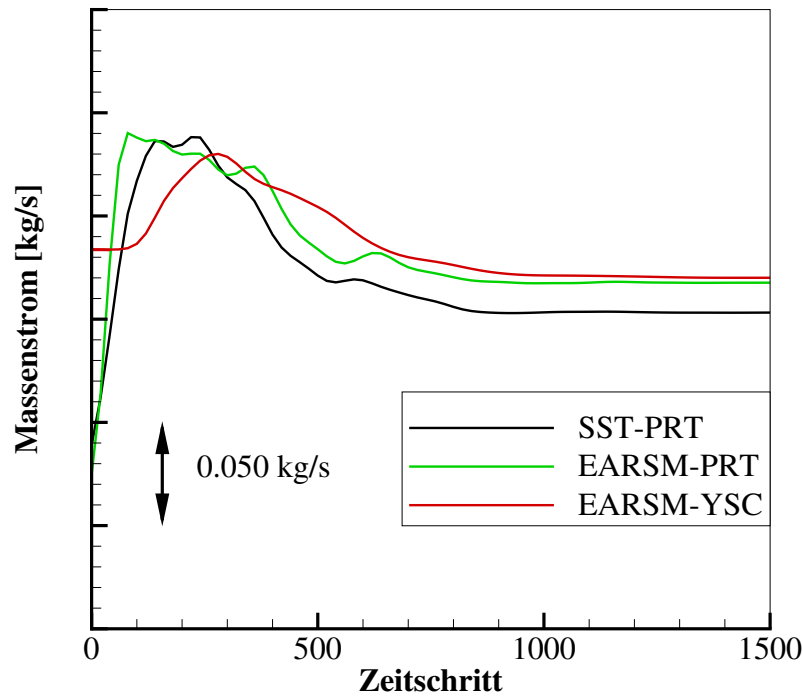


Abbildung 6.27: stationäre Vorrechnungen

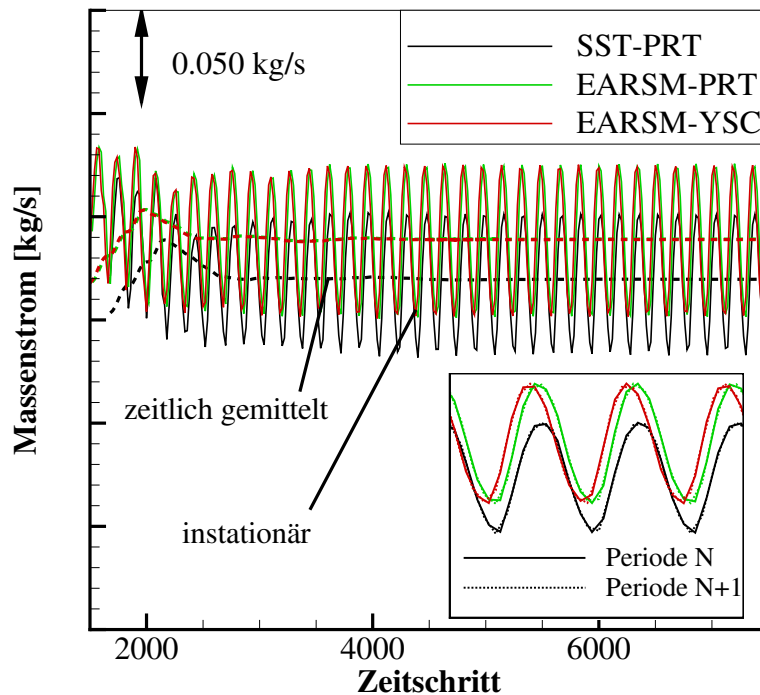


Abbildung 6.28: instationäre Rechnungen

6.3.2 Strömungsfeld

In Abbildung 6.29 ist die Druckverteilungen auf dem Stator 1 dargestellt. Es wurden keine signifikanten Unterschiede zwischen den stationären und den instationären Rechnungen festgestellt, zur besseren Übersichtlichkeit sind lediglich die zeitlichen Mittel der instationären Rechnungen dargestellt. Die Schnitte liegen bei 50% (Abbildung 6.29 links) und 90% (Abbildung 6.29 rechts) relativer Kanalhöhe. Die gemessene Druckverteilung wird von beiden Modellen in beiden Schnitten gut getroffen. Im Mittelschnitt und im gehäusenahen Schnitt zeigen die Messdaten auf der Saugseite Tendenzen zu einer Ablöseblase, die in den Rechnungen nicht wiedergegeben wird, da es sich um vollturbulente Rechnungen ohne Transitionsmodell handelt. Die Druckverteilung bei 90% relativer Kanalhöhe (Abbildung 6.29 rechts) zeigt, dass das explizite algebraische Turbulenzmodell Strömungsgeschwindigkeit im hinteren Bereich der Saugseite etwas höher vorhersagt und damit mit den Messdaten besser übereinstimmt als die Modellierung mit Menter SST.

In Abbildung 6.30 sind verschiedene aerodynamischen Größen in der Messebene 1, in der Abströmung von Rotor 1, aufgetragen. Der Totaldruck wird von beiden Modellen im Mittel etwas höher simuliert, was zu insgesamt etwas geringeren Machzahlen führt. Die Strömungswinkel werden von allen Rechnungen gut wiedergegeben. Unterschiede zwischen den Modellen zeigen sich in der Nähe der Seitenwände. Wie schon bei der zuvor diskutierten Druckverteilung auf dem Stator 1, modelliert das Hellsten EARSM auch in der Messebene 1 größere Strömungsgeschwindigkeiten in Wandnähe, sowohl bei 10% als auch bei 90% relativer Kanalhöhe. Der Totaldruck in Wandnähe wird ebenfalls durch das Hellsten EARSM etwas höher berechnet. Abbildung 6.30 zeigt auch den mittleren Turbulenzgrad in der Messebene 1. In allen Simulationen wird über die gesamte Kanalhöhe ein zu hoher Turbulenzgrad vorhergesagt. Das explizite algebraische Turbulenzmodell sagt an Nabe und Gehäuse einen geringen Turbulenzgrad vorher als das Menter SST Modell. Die instationären Rechnungen führen im Mittel zu einem höheren

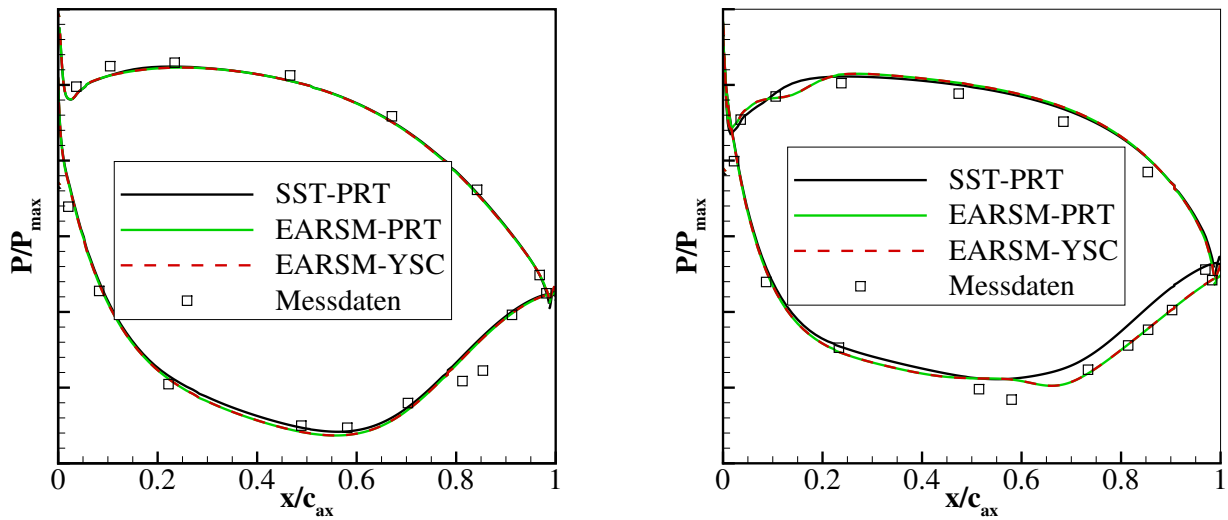


Abbildung 6.29: Druckverteilung Stator 1

Turbulenzgrad. In den Auftragungen der radialen Größen zeigen weder die höherwertige Turbulenzmodellierung mit Hellsten EARSM noch die instationären Rechnungen eine wesentliche Verbesserung der Vorhersagegenauigkeit relativ zum Basismodellierung mit Menter SST.

Das Hellsten EARSM sagt im Naben- und Gehäusenahen Bereich etwas höhere Machzahlen als das Menter SST Modell vorher. Die Ursache für die gesteigerte Machzahl ist eine stärker ausgeprägte Sekundärströmung. In Abbildung 6.31 ist die Wirbelstärke um die x-Achse geplottet. Im naben- und gehäusenahen Bereich modelliert das Hellsten EARSM in den gekennzeichneten Bereichen deutlichere Sekundärströmungsstrukturen. Das Menter SST Turbulenzmodell löst weniger Sekundärströmung auf, berechnet aber stattdessen ein höheres Niveau an Wirbelviskosität. Die Wirbelviskosität in der Abströmung von Rotor 1 ist in Abbildung 6.32 geplottet. Die Berücksichtigung der Extraanisotropie im Hellsten EARSM bei der Berechnung der Reynoldsspannungen führen in diesem Testfall zu einer deutlich ausgeprägteren Sekundärströmung in der naben- und gehäusenahen Strömung und führen zu einer leichten Annäherung an die Messdaten im Vergleich zu der Simulation mit Menter SST.

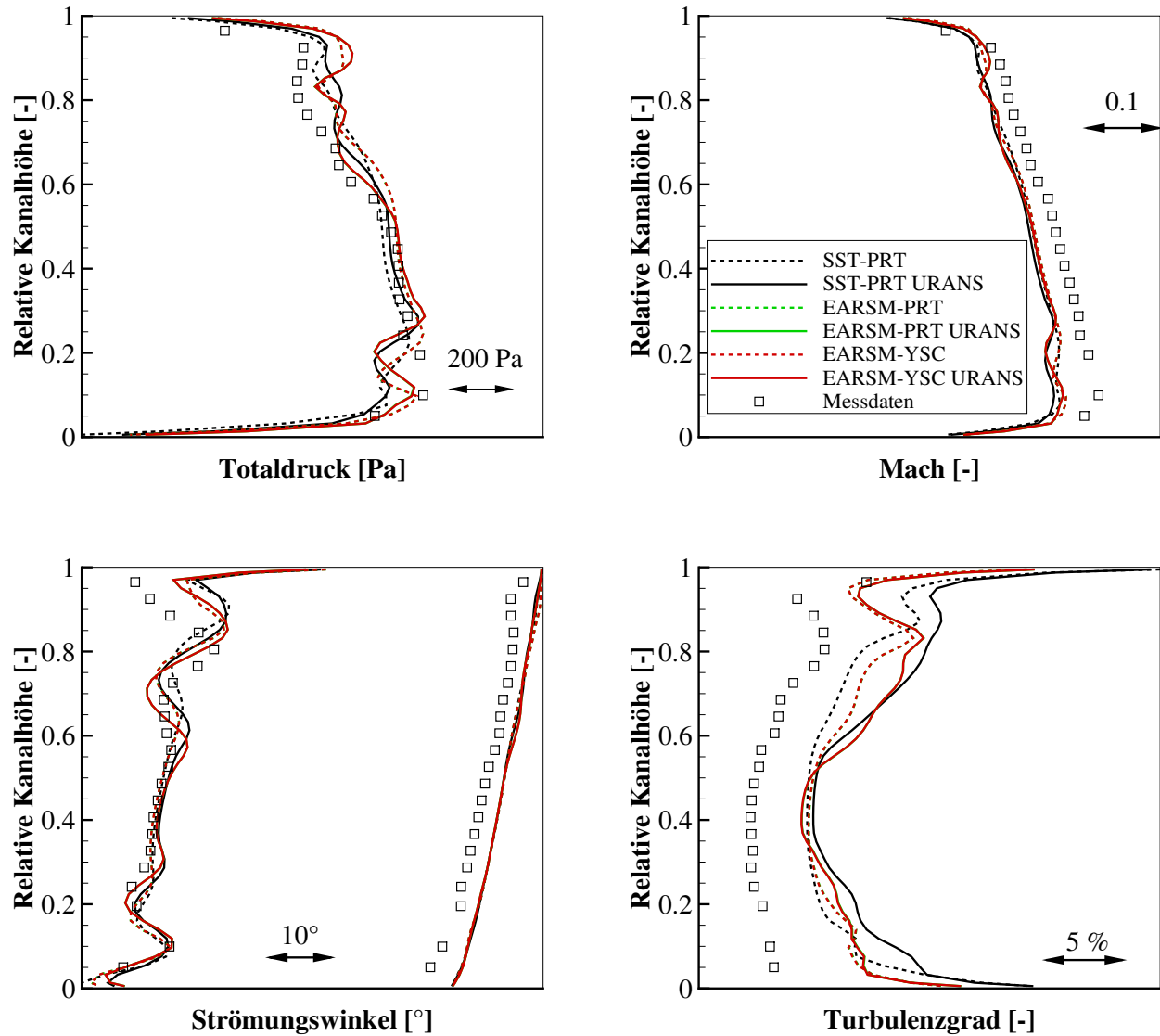


Abbildung 6.30: Abströmung Rotor 1

6.3.3 Temperaturfeld

Der Fokus der Untersuchungen des ATDR liegt auf der Modellierung der Ausmischung der heißen Strähne. Um die heiße Strähne zu visualisieren wird die lokale Temperatur bezogen auf eine gemittelte Temperatur dargestellt. Aus den Experimenten liegen Messwerte für den globalen sowie den radiale Temperaturerhöhungsfaktor (overall temperature distortion factor OTDF, bzw. radial temperature distortion factor RTDF) vor.

Der RTDF berechnet sich in zwei Schritten. Zunächst wird eine Umfangsmittelung in der Messebene durchgeführt. Der RTDF wird anschließend aus der mittleren Totaltemperatur auf einer radialen Position, normiert durch die mittlere Temperatur der gesamten Messebene, berechnet.

$$RTDF = \frac{\overline{T}_t(r)}{\overline{T}_t} \quad (6.7)$$

Der RTDF ist ein Maß für die Abweichung der Temperatur auf einem bestimmten Radius vom Mittelwert in der jeweiligen Messebene. Da über die adiabaten Wände kein Wärmestrom aus

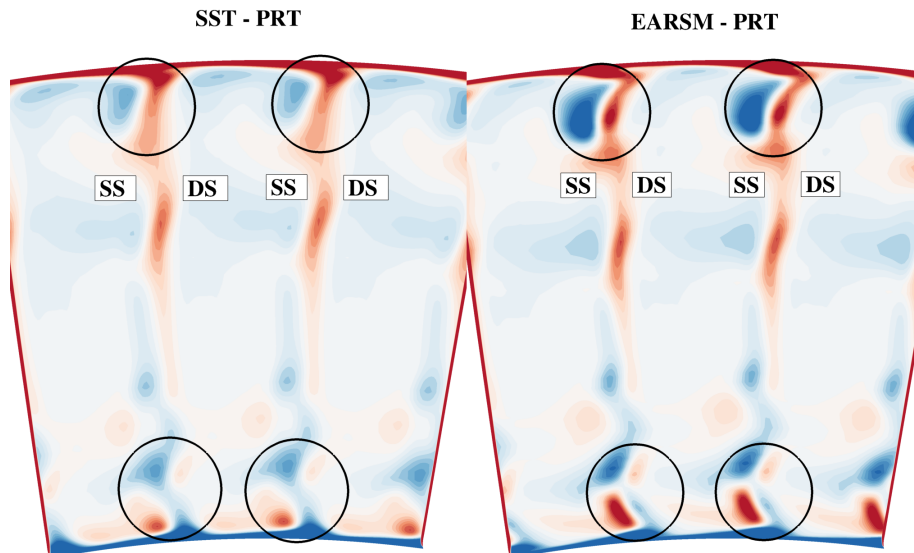


Abbildung 6.31: Wirbelstärke um die x-Achse in der Abströmung von Rotor 1

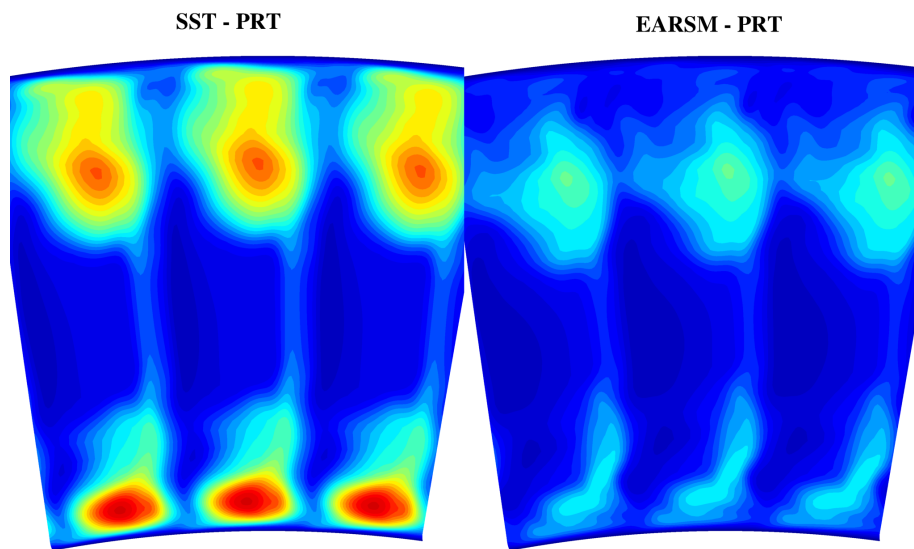


Abbildung 6.32: Wirbelviskosität in der Abströmung von Rotor 1

dem Kontrollvolumen abgeführt werden kann, muss der integrale Wert des RTDF gleich eins sein. Die Interpretation des RTDF ermöglicht eine Aussage darüber, auf welchen Radien die heiße Strähne zu einer höheren thermischen Belastung führt. In Analogie zu der gemittelten Temperatur wird außerdem noch die maximale Temperaturerhöhung auf einer radialen Position ausgewertet. Der OTDF berechnet sich wie folgt

$$OTDF = \frac{T_{t,max}(r)}{\bar{T}_t} \quad (6.8)$$

Der OTDF ist ein Maß für die lokale Temperaturerhöhung im Kern der heißen Strähne. Der integrale Wert des OTDF muss immer größer eins sein, da der OTDF nicht mit mittleren Temperaturen sondern mit den maximalen Temperaturen gebildet wird. Die Interpretation des OTDF ermöglicht eine Aussage darüber auf welchen Radien sich der Kern der heißen Strähne befindet und wie stark der Ausmischungsgrad der Strähne ist. Die Position der heißen Strähne am Umfang wird jedoch nicht betrachtet. Die Auftragung des OTDF ist nur für die instationären

Rechnungen aussagekräftig, da die stationären Rechnungen Mischungsebenen verwenden, die an den Grenzen zwischen rotierenden und nichtrotierenden Bezugssystem eine bandweise Mittelung durchführen. Damit entspricht der stationäre OTDF dem stationären RTDF Wert. Der RTDF ist für die stationären und die instationären Rechnungen gezeigt.

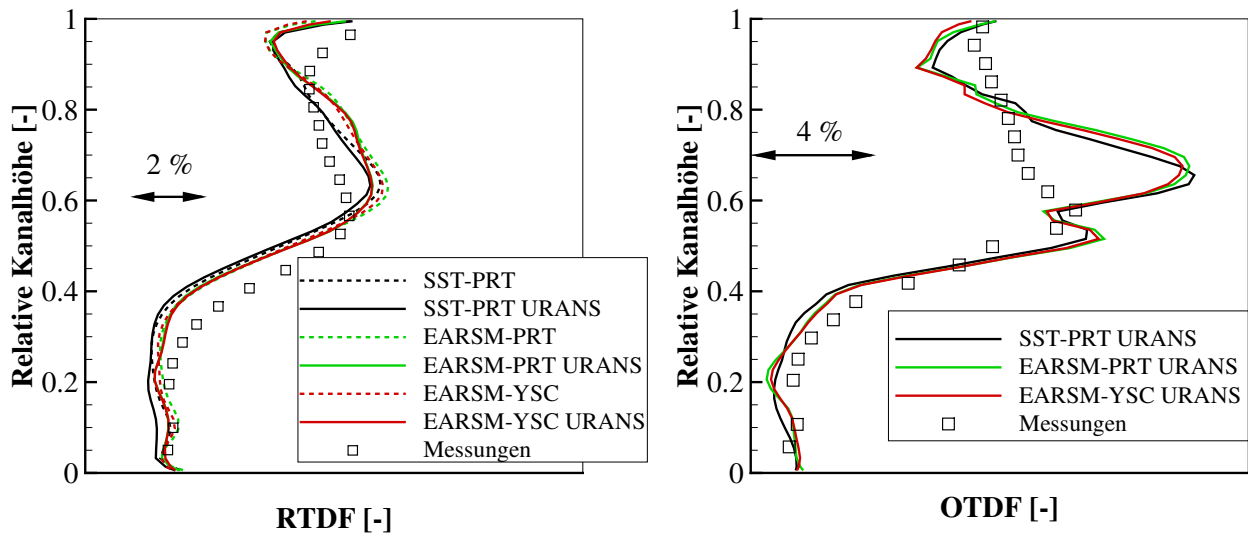


Abbildung 6.33: Dimensionslose Temperaturen der Abströmung von Rotor 1

In Abbildung 6.33 sind der RTDF (links) sowie der OTDF (rechts) zusammen mit den Messdaten für die Messebene 1 aufgetragen. Das Kerngebiet der heißen Strähne wurde zwischen 55% und 60% relativer Kanalhöhe gemessen. In den Simulationen ist der Kernbereich der heißen Strähne etwas weiter in Richtung Gehäuse verlagert und liegt bei etwa 65% relativer Kanalhöhe. Die Simulationen zeigen eine deutlich höhere maximale Temperaturerhöhung als die Messungen. Modellunterschiede sind zwischen den verschiedenen Turbulenzmodellkombinationen kaum signifikant. In der Auftragung des RTDF zeigt sich, dass die instationären Rechnungen generell eine höhere Temperaturausmischung zeigen als die stationären.

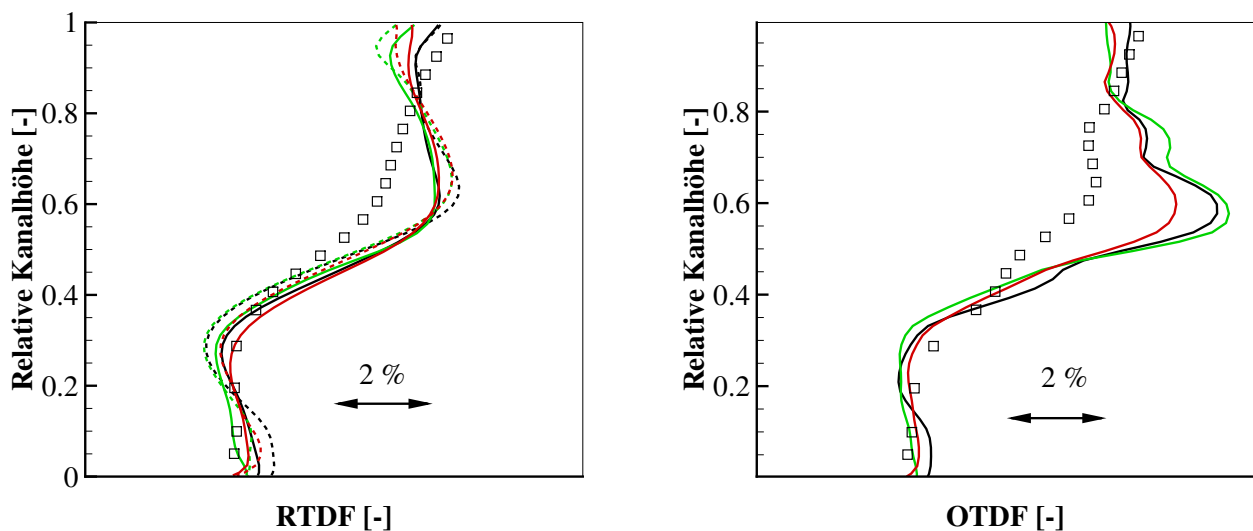


Abbildung 6.34: Dimensionslose Temperaturen der Abströmung von Rotor 2

In Abbildung 6.34 sind der RTDF (links) sowie der OTDF (rechts) für die Messebene in der Abströmung hinter Rotor 2 aufgetragen. An dieser Position lässt sich aus den Messdaten die Position der heißen Strähne kaum mehr erkennen, die Temperatur steigt vom Gehäuse zur Nabe stetig an. Die numerischen Ergebnisse hingegen zeigen ein lokales Maximum im RTDF bzw. OTDF. Der Kern der heißen Strähne wird von allen Modellkombinationen bei ca. 60% relativer Kanalhöhe berechnet. In der Messebene 2 sind Modellierungsunterschiede deutlicher sichtbar als in Messebene 1. Die Modellkombination EARSM-YSC zeigt bei 60% relativer Kanalhöhe den geringsten OTDF Wert aller Modellkombinationen und entspricht damit den Messwerten am meisten. Auch in der Messebene 2 zeigen die instationären Rechnungen eine ausgemischtere Temperaturverteilung als die stationären Rechnungen.

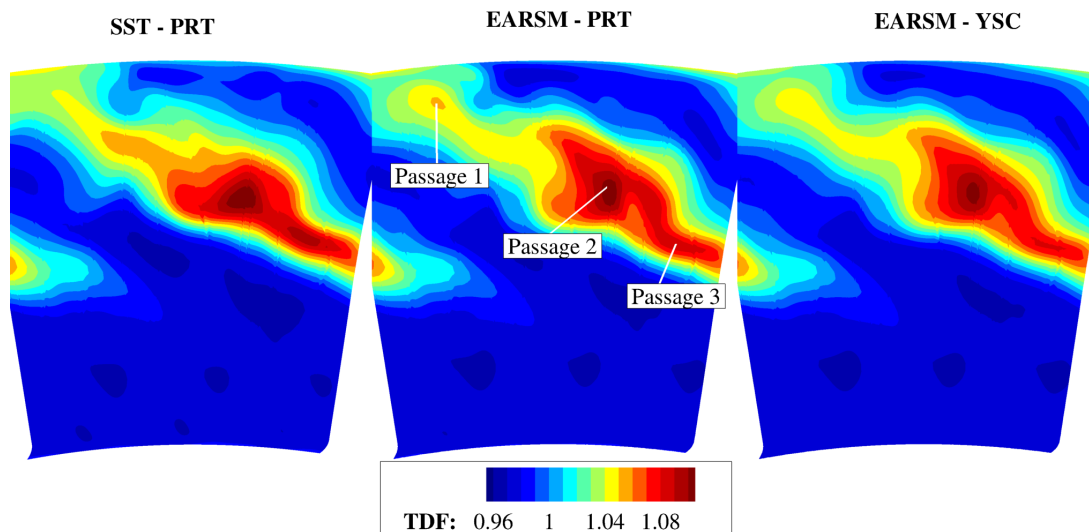


Abbildung 6.35: Temperaturerhöhung hinter Rotor 1

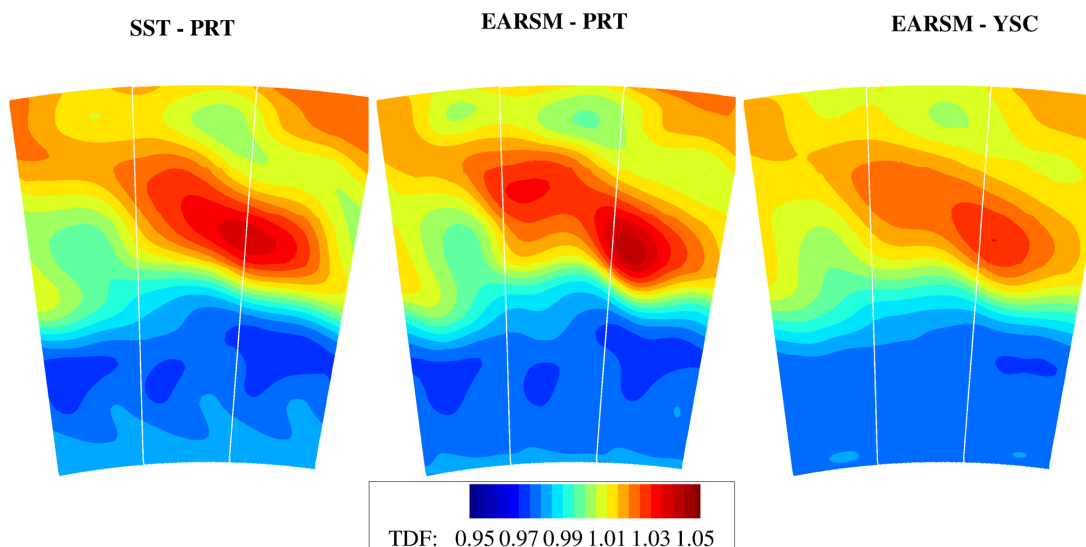


Abbildung 6.36: Temperaturerhöhung in der Abströmung

In den Abbildungen 6.35 und 6.36 ist die Temperaturverteilung in den Messebenen 1 und 2 in der flächigen Ansicht gezeigt. Die dargestellte Temperaturverteilung ist normiert mit der gemittelten Temperatur in der Ebene. In allen drei Modellkombinationen ist die heiße Strähne in der oberen Kanalhälfte gut zu erkennen. Die Modellkombination EARSM-YSC modelliert in

der Messebene 2 die größte Ausmischung mit einer Steigerung der Ausmischung von 30% bezogen auf die Basismodellierung SST-PRT bzw. von 43% bezogen auf die Modellkombination EARSM-PRT. In der flächigen Auftragung der Temperaturüberhöhung 6.35 sind neben einem globalen Maximalwert auch noch zwei weitere lokale Maxima erkennbar. Die heiße Strähne wird an der ersten Statorreihe in drei Teile unterteilt. Das Kerngebiet ist gekennzeichnet durch die größten Temperaturen, in den beiden Nachbarpassagen sind lokale Temperaturmaxima erkennbar. Die Unterteilung der Strähne am ersten Stator erklärt auch das Nebenmaximum im OTDF in Abbildung 6.33. Im Experiment ist die Ausmischung der Strähne größer, dementsprechend sind keine Nebenmaxima erkennbar.

6.3.4 Turbulenter Wärmefluss

Im vorangegangenen Abschnitt wurde gezeigt, dass es je nach Turbulenzmodellkombination zu signifikanten Unterschieden bei der Ausmischung der heißen Strähne kommt. In diesem Abschnitt sollen die Modellierungsunterschiede diskutiert werden, die in ihrer Folge zu der unterschiedlichen Ausmischung der heißen Strähne führen. Turbulente Wärmeflüsse werden generiert durch das Produkt aus einem Temperaturgradienten und einer turbulenten Schwankungsbewegung (vgl. Formel 3.30 bzw. 3.43). Eine Analyse der Felder von Temperaturgradienten und der turbulenten Schwankungsbewegung kann hilfreich bei der Interpretation der turbulenten Wärmeflüsse sein.

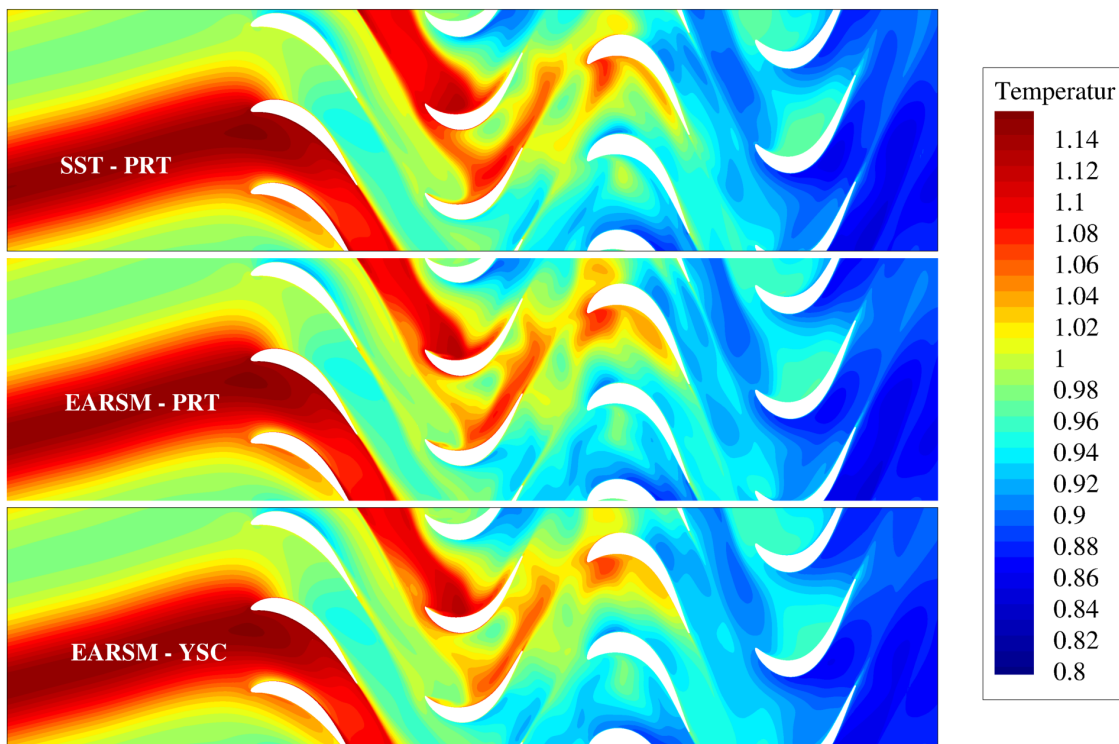


Abbildung 6.37: Dimensionslose Temperatur

In Abbildung 6.37 ist die Turbine in einer Schnittansicht bei 65%-Kanalhöhe für alle drei Turbulenzmodellkombinationen gezeigt. Die radiale Position der Schnittebene ist so gewählt, dass der Kern der heißen Strähne geschnitten wird. Farblich sind die Temperaturen dargestellt. Es handelt sich bei der Darstellung nicht um ein gemittelttes Bild sondern um ein Einzelbild zu einem beliebigen Zeitpunkt der instationären Rechnung. Am Eintrittsrand ist die heiße Strähne deutlich erkennbar. Die erste Leitschaufelreihe kanalisiert die heiße Strähne zwischen je zwei Schaufeln. In der Abströmung von Stator 1 kommt es zu großen Temperaturunterschieden von

Passage zu Passage. Stromab von Rotor 2 ist die heiße Strähne nahezu ausgemischt. Die Temperaturverteilung ändert sich nicht signifikant mit der gewählten Turbulenzmodellkombination.

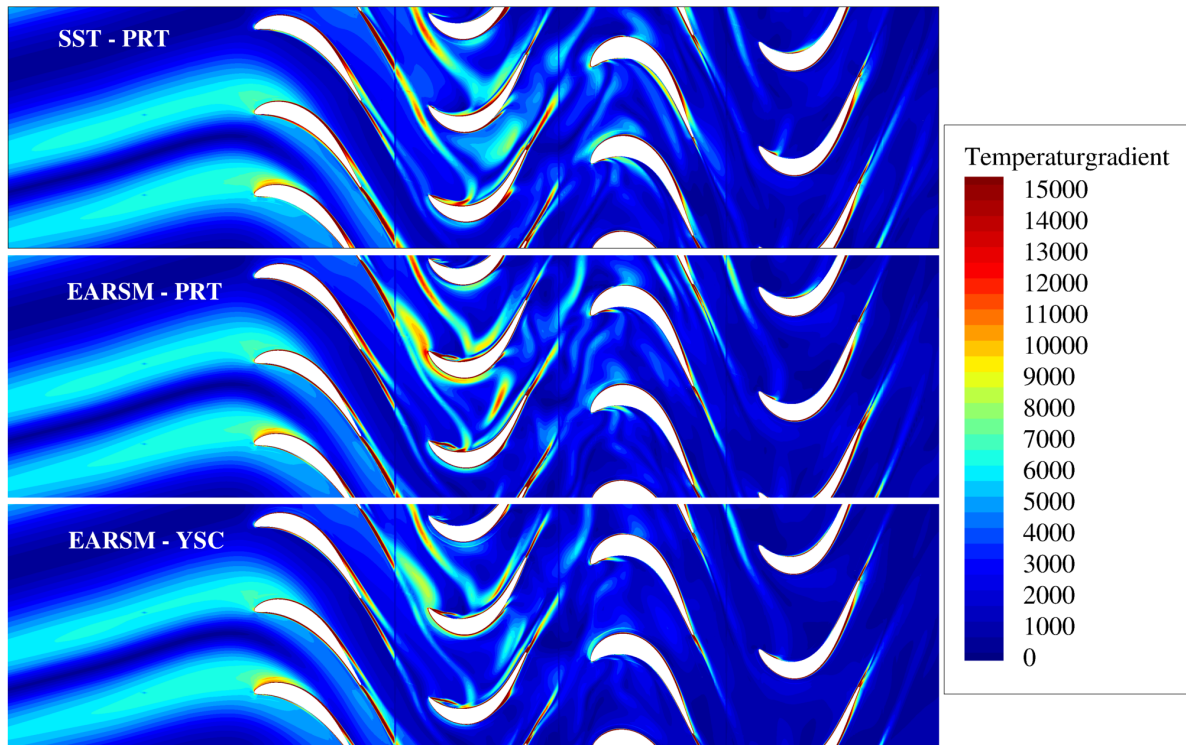


Abbildung 6.38: Betrag des Temperaturgradienten

In Abbildung 6.38 ist der Betrag des Temperaturgradienten $\frac{\partial T}{\partial x}$ in der Schnittebene gezeigt. Der Rand der heißen Strähne wird beidseits begrenzt von einer Zone, die durch einen erhöhten Temperaturgradienten gekennzeichnet ist. Unabhängig vom Einflussbereich der heißen Strähne treten die größten Temperaturgradienten in den Nachläufen der Schaufeln auf. Dabei zeigen die Nachläufe aller drei Schaufeln von Stator 1 vergleichbar große Temperaturgradienten. Die Erwärmung des Fluids durch Verzögerung in Wandnähe ist, bei adiabater Wandrandbedingung, die Ursache für die Temperaturunterschiede von Schaufel und freier Strömung. Die Aufheizung der Strömung ist aufgrund der geringen Abmaße der Grenzschicht für größere Temperaturgradienten als die heiße Strähne verantwortlich.

Abbildung 6.39 zeigt die Wirbelviskositätsverteilung in der Schnittebene. Die Nachläufe der ersten Statorreihe zeigen erhöhte Wirbelviskositätswerte. Die Nachläufe werden im Laufe der Passage des Rotors in einzelne Wirbelviskositätsballen unterteilt. Der maximale Wirbelviskositätswert steigt beim Durchströmen der nachfolgenden Turbinenstufen weiter an.

Der turbulente Wärmefluss ist in Abbildung 6.40 in der selben Schnittebene bei 65% Kanalhöhe gezeigt. Die größten Werte des turbulenten Wärmestroms lassen sich im Nachlauf der ersten Statorreihe beobachten. Dabei variiert der Maximalwert des turbulenten Wärmestroms von Stator zu Stator. Die beiden Statoren im Einflussbereich der heißen Strähne zeigen in ihrem Nachlauf größere turbulente Wärmeflüsse als der Nachlauf des dritten, unbeeinflussten Stators. Die Temperaturgradienten, die aus der heißen Strähne und aus der Aufheizung des Fluids in Wandnähe resultieren, addieren sich und führen zu dem global größten Betrag des turbulenten Wärmeflusses. Weiterhin zeigt sich, dass auch außerhalb des Einflussbereichs der heißen Strähne signifikante Wärmeflüsse in dem Nachlauf vom ersten Stator generiert werden.

Dabei sind erhebliche Modellierungsunterschiede sichtbar. Der Unterschied zwischen EARSM-PRT und SST-PRT wird direkt aus der Formulierung der einfachen Gradientendiffusion (Gleichung 3.27) ersichtlich. Die größere Wirbelviskosität trägt unmittelbar zu größeren turbulenten

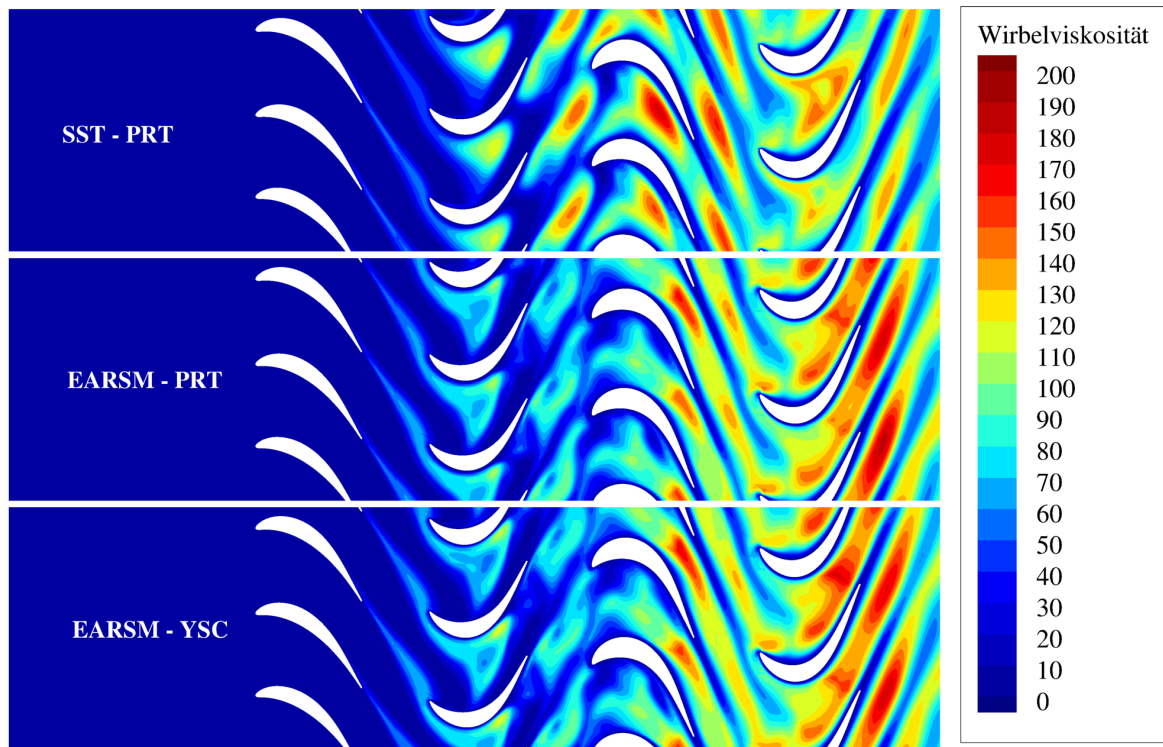


Abbildung 6.39: Wirbelviskosität

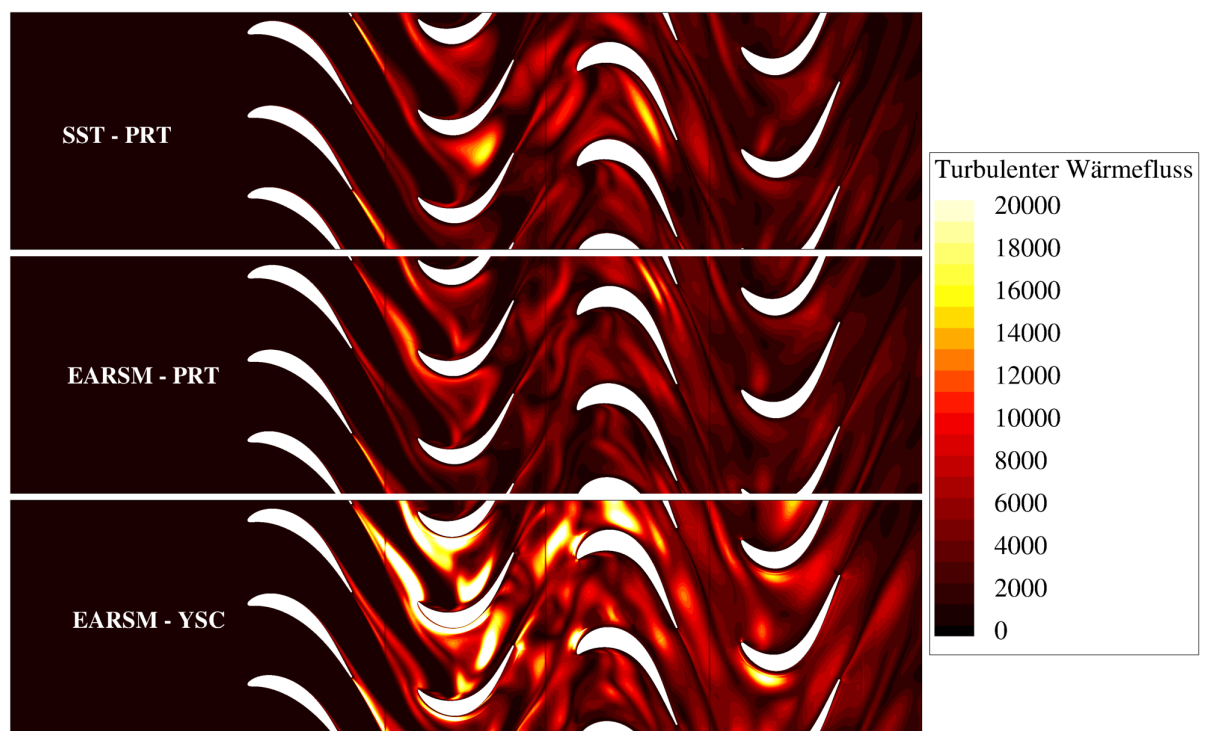


Abbildung 6.40: Betrag des turbulenten Wärmeflussvektors

ten Wärmeströmen bei. Da das Menter SST Modell höhere Wirbelviskositätswerte berechnet, werden auch größere Wärmeflüsse modelliert. Die Anwendung der generalisierten Gradientendiffusion (Gleichung 3.29) hingegen berücksichtigt den gesamten Reynoldsspannungstensor mit dem Extraanisotropieanteil. Dies führt gegenüber der einfachen Gradientendiffusion zu einem erheblich gesteigertem turbulenten Wärmestrom. Die größten turbulenten Wärmeflüsse,

in etwa doppelt so groß wie bei den beiden anderen Modellen, werden von der Modellkombination EARSM-YSC berechnet. In der Zuströmung zum ersten Stator sind keine turbulenten Wärmeflüsse erkennbar. Dies kann durch den geringen Zuströmungsturbulenzgrad erklärt werden. Dieser ist so gering, dass es trotz Temperaturgradienten zu keinem signifikanten turbulenten Wärmefluss kommt.

Zusätzlich zu der S1-Ebene bei 65% Kanalhöhe sind noch zwei weitere Schnitte bei konstanter x-Position gezeigt - eine im Rotorbezugssystem (Abbildung 6.41), eine im Statorbezugssystem (Abbildung 6.42). Es sind die zeitlich gemittelten turbulenten Wärmeflüsse dargestellt. Die Ansicht im Rotorsystem zeigt, dass die turbulenten Wärmeflüsse in der oberen Hälfte des Ringraums, im Bereich der heißen Strähne, die größten Werte erreichen. Die Ansicht im Statorsystem zeigt, dass der Schaufelnachlauf der Ort der maximalen turbulenten Wärmeflüsse ist. Besonders ausgeprägt ist der turbulente Wärmefluss, der aus dem Passagenwirbel des Rotors 1 resultiert. In der oberen Hälfte des Ringraums überlagern sich der turbulente Wärmefluss des Schaufelnachlaufs mit dem Wärmefluss der Ausmischung der heißen Strähne.

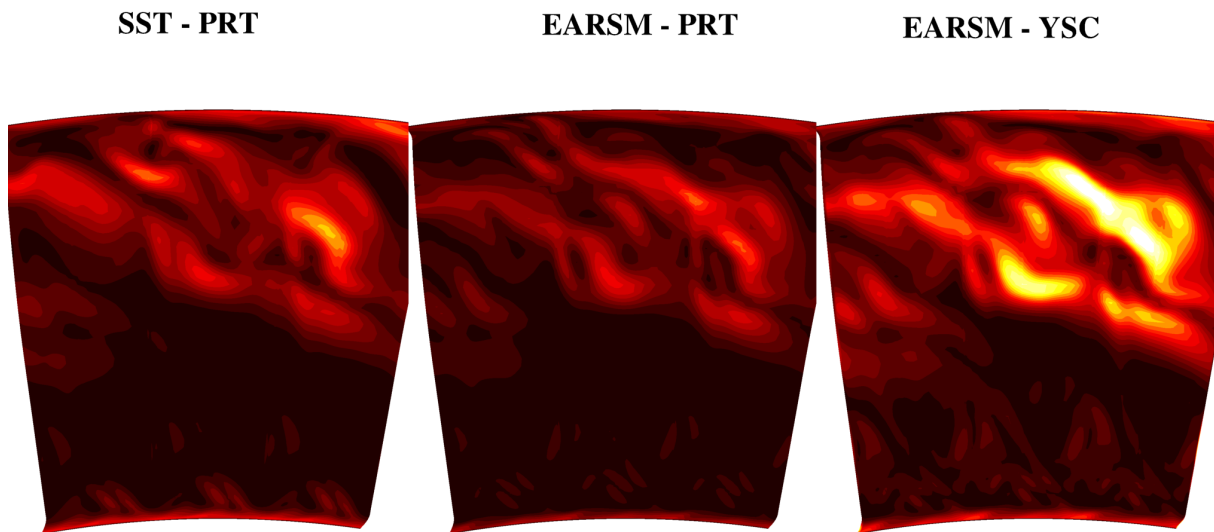


Abbildung 6.41: Zeitlich gemittelte turbulente Wärmeströme in der Abströmung von Rotor 1 (Rotorsystem)

6.3.5 Adiabate Schaufeltemperaturen

Abschließend soll Anhand von Rotor 2 der Einfluss der Turbulenzmodellkombination auf die adiabate Schaufeltemperatur betrachtet werden. In Abbildung 6.43 ist die lokale Wandtemperatur jeweils auf der Schaufelsaug- als auch auf der Schaufeldruckseite dargestellt. Die lokale Wandtemperatur ist auf die mittlere Wandtemperatur bezogen. Die mittlere Wandtemperatur variiert je nach Turbulenzmodellkombination. Die Zahlenwerte in Abbildung 6.43 zeigen die Differenz der mittleren Schaufelwandtemperatur bezogen auf die der Basismodellierung SST-PRT.

In der oberen Rotorhälfte ist der Einfluss der heißen Strähne zu erkennen - die Wandtemperatur

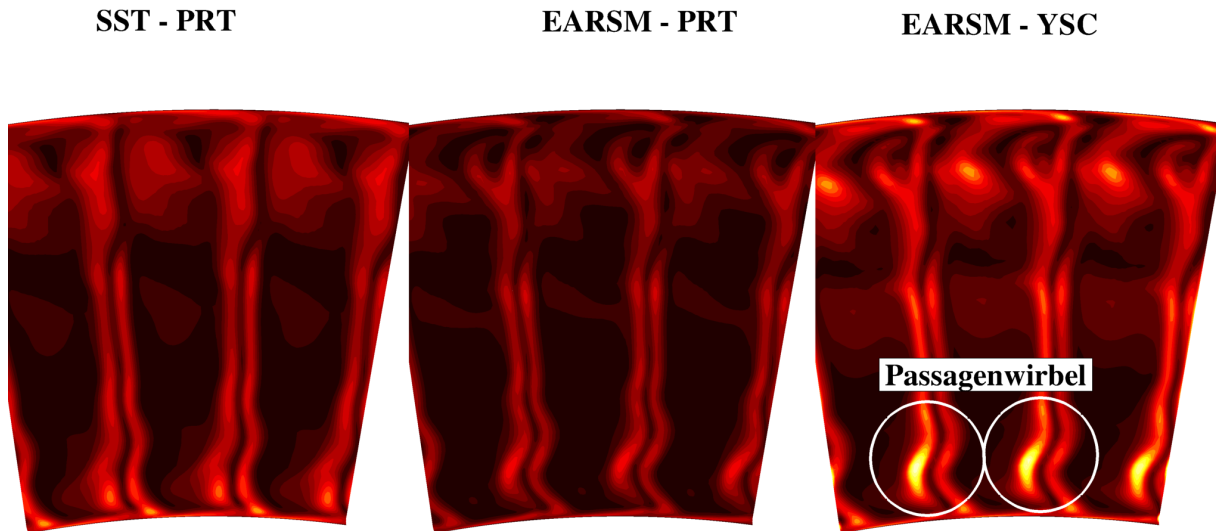


Abbildung 6.42: Zeitlich gemittelte turbulente Wärmeströme in der Abströmung von Rotor 1 (Statorsystem)

ist dort deutlich größer als in der unteren Rotorhälfte. Sowohl auf der Schaufeldruck- als auch auf der Schaufelsaugseite zeigt sich, dass die Modellkombination EARSM-YSC zu einer homogenen Temperaturverteilung geführt hat. Die Anwendung der GGD führt zu einer global niedrigeren Wandtemperatur und einer gleichmäßigeren Temperaturverteilung. Die verbesserte Modellierungsgenauigkeit bei der Vorhersage der Wandtemperatur, eine wichtige Randbedingung für die mechanische Auslegung der Schaufel, kann genutzt werden für eine angepasste Wahl des Schaufelmaterials.

6.3.6 Diskussion des Testfalls

Aus der Basisvalidierung des heißen Freistrahls in Kapitel 5 ist bekannt, dass die Modellierung des turbulenten Wärmeflusses über die explizite algebraische Turbulenz- und Wärmeflussmodellierung die Temperaturausmischung in freien Strömungen besser vorhersagen kann als die Basismodellierung. Der hier gezeigte Testfall wurde ausgewählt, um die Leistungsfähigkeit in einer komplexen dreidimensionalen Strömung, einer zweistufigen Turbine, zu überprüfen.

Die Ergebnisse aus dem Basistestfall können in dieser Untersuchung bestätigt werden. Die Modellkombination aus expliziter algebraischer Turbulenz- und Wärmeflussmodellierung sorgt für die größte Temperaturausmischung und entspricht damit den gemessenen Bedingungen am ehesten. Der Einsatz der expliziten algebraischen Turbulenzmodellierung alleine, ohne generalisierte Gradientendiffusion (Modellkombination EARSM-PRT) erzielt nicht die notwendige Erhöhung in der turbulenten Temperaturausmischung. Die Ursache dafür ist, dass das Hellsten EARSM gegenüber dem Menter SST Modell geringere Wirbelviskositätswerte und infolgedessen geringere turbulente Wärmeströme berechnet.

Die Turbulenzmodellkombination EARSM-YSC sagt aufgrund einer vergrößerten Ausmischung der heißen Strähne nicht nur eine veränderte radiale Temperaturschichtung, sondern auch ein

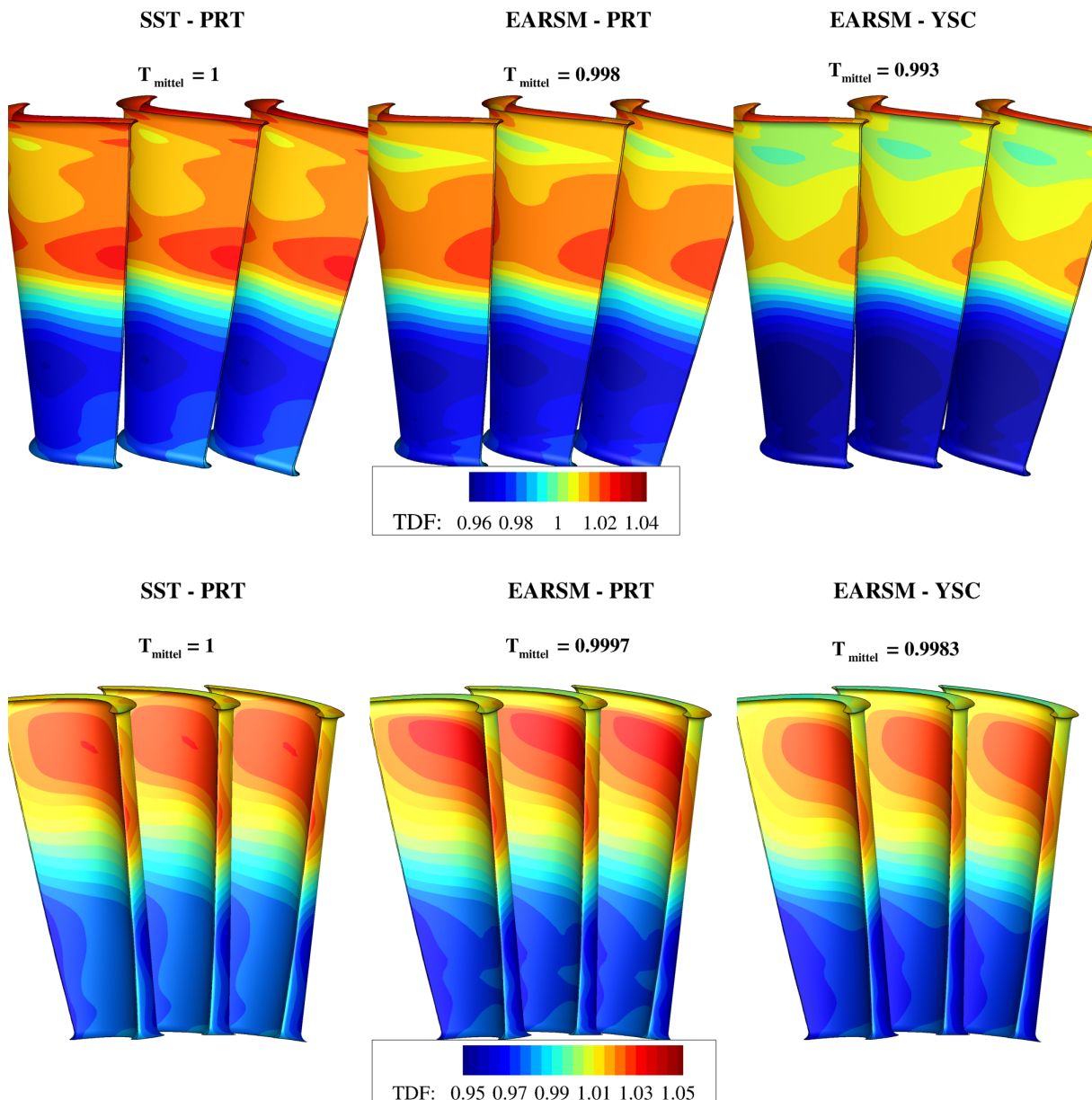


Abbildung 6.43: Temperaturverteilung Rotor 2 bezogen auf die mittlere Oberflächentemperatur

verändertes Temperaturniveau in der Abströmung vorher. An Rotor 2 wurde gezeigt, dass einerseits die Oberflächentemperatur homogenisiert wird und andererseits die Schaufelwandtemperatur geringere Werte annimmt.

Bereits in der stationären Rechnung mit Mischungsebenenansatz zeigt sich eine leicht vergrößerte Temperatúrausmischung durch die Anwendung des expliziten algebraischen Wärme-flussmodells. Eine weitere Steigerung der Simulationsgenauigkeit lässt sich durch zeitgenaue Simulationen erzielen. Eine zeitgenaue Simulation ermöglicht eine genaue Auflösung der Entwicklung der heißen Strähne und der Schaufelnachläufe. Sowohl die Strähne als auch die Nachläufe haben sich als die Orte mit den größten Beträgen des turbulenten Wärmeflusses gezeigt.

Die Rechnungen zeigen eine Verbesserung der Vorhersagegenauigkeit, können jedoch den gemessenen Ausmischungsgrad nicht vollständig reproduzieren. Zur Vereinfachung der Komplexität wurde hier eine Rechnung ohne die Kavitäten durchgeführt. Durch eine Hinzunahme der Kavitätenströmung ist eine weitere Erhöhung der Durchmischung zu erwarten.

Eine potentielle Fehlerquelle bei der Simulation der Ausmischung der heißen Strähne stellt die Turbulenzrandbedingung dar. Die Angabe des Turbulenzgrads basiert auf Prüfstandsmessdaten. Eine vergleichbare Untersuchung nach Vagnoli et. al. [62] verwendet in der Eintrittsebene einen wesentlich höheren Turbulenzgrad. Ein höherer Turbulenzgrad in der Eintrittsebene würde zu einer höheren Wirbelviskosität und infolgedessen zu einer höheren Ausmischung der heißen Strähne führen.

7 Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung

Ziel der Arbeit ist die Ergründung des Potentials zur Genauigkeitssteigerung durch eine Wärme­flussmodellierung bei der Berechnung der Strömungstemperatur und der Wärmeübergangs­vorgänge in thermisch belasteten Bauteilen von Gasturbinen, sowie die Bewertung der Praxistauglichkeit der Wärme­flussmodellierung für den Einsatz im Design von Gasturbinenkomponenten.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Turbulenzmodelle aus verschiedenen Modellierungsklassen für den turbulenten Wärmetransport im Hinblick auf ihre Praxistauglichkeit untersucht. Das Spektrum reicht dabei von Prandtlzahlmodellen und einem Wirbeldiffusivitäts­transportmodell bis zur explizit algebraischen Wärme­flussmodellierung. Es erfolgte eine Implementierung in den TRACE-Code sowie eine Modellkalibration bzw. Modellvalidierung. Es wurden Testfälle unterschiedlicher Komplexität untersucht. Jeder dieser Testfälle steht dabei exemplarisch für Strömungssituationen, die in gekühlten Turbinen vorkommen.

Die Basisvalidierung der Turbulenz- und Wärme­flussmodellkombinationen wurde für die fundamentalen Testfälle, wandgebundene Grenzschicht mit Wärmeübergang und heißer Freistrah­l, durchgeführt. Dabei wurden 10 Turbulenzmodellkombinationen verglichen. Die explizite algebraische Wärme­flussmodellierung zeigt in beiden Basistestfällen nur geringe Abweichungen von experimentellen Daten bzw. Korrelationen. Die Prandtlzahlmodellierung ist zwar in der Vorhersage der Wärmeübergangskoeffizienten der Plattengrenzschicht überlegen, hat jedoch Defizite bei der Vorhersage des Temperaturfelds des turbulenten Freistrahls. Die transportgleichungsbasierte Modellierung der Wirbeldiffusivität zeigt keine signifikanten Verbesserungen gegenüber der Modellierung mit konstanter Prandtlzahl, ist jedoch rechenzeitintensiver und numerisch weniger robust.

Auf Grund der Ergebnisse der Basisvalidierung wurden für die weiterführenden Rechnungen die Modellkombination aus expliziter algebraischer Turbulenz- und Wärme­flussmodellierung gewählt. Diese Modellierung stellt den besten Kompromiss aus verbesserter Modellierungs­genauigkeit und numerischer Robustheit dar. Zwei weitere Modellkombinationen werden bei der Turbomaschinenvalidierung mit berücksichtigt: Der Vergleich mit dem Wirbelviskositätsmodell mit konstanter Prandtlzahl zeigt die Veränderung der Modellkombination gegenüber dem derzeitigen Industriestandard. Der Vergleich gegenüber dem expliziten algebraischen Turbulenzmodell mit konstanter Prandtlzahl verdeutlicht die Veränderung, die allein aus der Anwendung der Wärme­flussmodellierung resultiert.

Als anwendungsnahe Validierungstestfälle dienen ein Kühlkanal mit Querrippen, ein Turbinenstator mit einer filmgekühlten Seitenwand und eine zweistufige Niederdruckturbine mit einer heißen Strähne. In den anwendungsnahen Testfällen bestätigen sich die Beobachtungen der Basisvalidierung: die explizite algebraische Wärme­flussmodellierung trägt an den Stellen zur Verbesserung der Simulationsgenauigkeit bei, wo eine Ausmischung zwischen heißer und kal-

ter Strömung stattfindet. So konnte die Nusseltzahl in dem Kühlkanal, die Filmkühleffektivität in dem Turbinenstator und die Ausmischung der heißen Strähne, genauer simuliert werden.

Entsprechend des Anwendungsfalls haben verschiedene Schließungsansätze für den turbulenten Wärme- und Impulstransport spezifische Vor- und Nachteile. Ein Kompromiss zwischen Modellierungsgenauigkeit und numerischer Robustheit muss für einen bestimmten Anwendungsfall gefunden werden. Diese Arbeit kann dazu beitragen, den Modellfehler der gewählten Turbulenzmodellkombination zu quantifizieren.

Generell besteht eine starke Abhängigkeit der Wärmeflussmodellierung von dem verwendeten Turbulenzmodell. Für den Testfall der wandgebundenen Grenzschicht konnte gezeigt werden, dass Defizite bei der Simulation des Wärmeübergangskoeffizienten sich auf Defizite in der Modellierung der Reynoldsspannungskomponenten zurückführen lassen.

7.2 Ausblick

Diese Arbeit hat Genauigkeitsvorteile der expliziten algebraischen Wärmeflussmodellierung aufgezeigt. Für die Anwendung dieser Wärmeflussmodelle ist jedoch ein algebraisches oder ein differentielles Reynoldsspannungsmodell notwendig, welches wiederum Anforderungen bezüglich Vernetzung und Rechenzeit erhöht. Eine Übertragung der Ergebnisse, die mit der expliziten algebraischen Wärmeflussmodellierung erzielt wurden, auf eine einfacheren Modellbildung könnte Abhilfe schaffen. Die Ergebnisse aus der Basisvalidierung weisen darauf hin, dass die turbulente Prandtlzahl in unmittelbarer Wandnähe Werte über 1 erreichen und in der freien Strömung zu geringen Werten um 0.5 tendieren. Eine geeignete Variation der Prandtlzahl über eine algebraische Gleichung, in Analogie zu der Modellierung nach Kays & Crawford, könnte eine vergleichbar gute Modellierungsgenauigkeit zu der expliziten algebraischen Wärmeflussmodellierung aufweisen und gleichzeitig in Kombination mit einer robusten linearen Wirbelviskositätsmodellierung kombinierbar sein.

Modellierungsdefizite bei der Wiedergabe des Reynoldsspannungstensors führen prinzipiell zu Modellierungsfehlern bei dem turbulenten Wärmestrom. Insbesondere bei dem verrippten Kühlkanal wurde gezeigt, dass das modellierte Turbulenzniveau unter dem gemessenen bleibt. Um die Modellierungsgenauigkeit weiter zu steigern, sind robuste Modelle für die hochgenaue Wiedergabe der Reynoldsspannungen notwendig.

Die Grenzen des RANS Ansatzes werden bei der Berechnung des verrippten Kühlkanals erreicht. Hier hat sich gezeigt, dass die Betrachtung der Strömung als stationäres Problem zu fehlerhaften Wärmeübergangskoeffizienten im Bereich der Grenzschichtablösung führt. Aufgrund des breiten Spektrums an relevanten Frequenzen ist eine instationäre RANS Simulation nicht zielführend. Für dieses und vergleichbare Problemstellungen ist für eine genauere Vorhersage des Wärmeübergangs eine skalenauflösende Simulation notwendig.

Literaturverzeichnis

- [1] *ERCOFTAC Special Interest Group 15 Test Cases.* 2015. – http://www.ercoftac.org/fileadmin/user_upload/bigfiles/sig15/database/index.html
- [2] *ACARE Flightpath 2050 - Europe's Vision for Aviation.* 2016. – <http://www.acare4europe.com/documents/latest-acare-documents/acare-flightpath-2050>
- [3] *BMWi: Moderne Kraftwerkstechnologien.* 2016. – <https://www.bmwi.de/DE/Themen/Energie/Strommarkt-der-Zukunft/moderne-kraftwerkstechnologien>
- [4] ADAMCZUK, R. ; SEUME, J. R.: Time resolved full-annulus computations of a turbine with inhomogeneous inlet conditions. In: *International Journal of Gas Turbine, Propulsion and Power Systems* 4 (2012), Nr. 2, S. 1–7
- [5] ASHCROFT, G. ; FREY, C. ; HEITKAMP, K. ; WECKMÜLLER, C. : Advanced Numerical Methods for the Prediction of Tonal Noise in Turbomachinery—Part I: Implicit Runge–Kutta Schemes. In: *Journal of Turbomachinery* 136 (2014), Nr. 2, S. 021002
- [6] ASHCROFT, G. B.: *A computational and experimental investigation into the aeroacoustics of low speed flows*, University of Southampton, Diss., 2004
- [7] BASOL, A. M. ; JENNY, P. ; IBRAHIM, M. ; KALFAS, A. I. ; ABHARI, R. S.: Hot Streak Migration in a Turbine Stage: Integrated Design to Improve Aerothermal Performance. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 133 (2011), Nr. 6, S. 061901
- [8] BATCHELOR, G. : Diffusion in a field of homogeneous turbulence: II. The relative motion of particles. In: *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* Bd. 48 Cambridge University Press, 1952, S. 345–362
- [9] BEUERMANN, A. ; PAHS, A. ; ROCHHAUSEN, S. : Numerical investigation of heat transfer and cooling effectiveness within a lpt-vane cascade and its comparison to experimental results. In: *ASME Turbo Expo 2012: Turbine Technical Conference and Exposition* American Society of Mechanical Engineers, 2012, S. 693–705
- [10] BLACKWELL, B. F. ; KAYS, W. M. ; MOFFAT, R. : The turbulent boundary layer on a porous plate: an experimental study of the heat transfer behavior with adverse pressure gradients. (1972)
- [11] BLAIR, M. : Influence of free-stream turbulence on turbulent boundary layer heat transfer and mean profile development, part I—experimental data. In: *Journal of Heat Transfer* 105.1 (1983), S. 33–40
- [12] BLAIR, M. : Influence of free-stream turbulence on turbulent boundary layer heat transfer and mean profile development, part II—analysis of results. In: *Journal of Heat Transfer* 105.1 (1983), S. 41–47

-
- [13] BRÄUNLING, W. J.: *Flugzeugtriebwerke: Grundlagen, Aero-Thermodynamik, ideale und reale Kreisprozesse, Thermische Turbomaschinen, Komponenten, Emissionen und Systeme*. 3. Springer-Verlag, 2009
 - [14] BRUYN KOPS, S. de ; RILEY, J. J.: Re-examining the thermal mixing layer with numerical simulations. In: *Physics of Fluids* 12 (2000), Nr. 1, S. 185–192
 - [15] DALY, B. J. ; HARLOW, F. H.: Transport equations in turbulence. In: *Physics of Fluids* 13 (1970), S. 2634–2649
 - [16] DANNHAUER, A. : Analysis of Cooling Effectiveness and Heat Transfer Variations on the End Wall of a Nozzle Guide Vane Caused by Turbine Leakage Flows. In: *ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea, and Air*, 2008
 - [17] DORNEY, D. J. ; DAVIS, R. L.: Numerical simulation of turbine 'hot spot' alleviation using film cooling. In: *Journal of Propulsion and Power* 9 (1993), Nr. 3, S. 329–336
 - [18] EISFELD, B. : Reynolds Stress Modelling for Complex Aerodynamic Flows. In: *V European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD 2010*. Lisbon, Portugal, Jun. 2010
 - [19] FRANKE, M. : *Untersuchung zum Potenzial höherwertiger Turbulenzmodelle für den aerodynamischen Entwurf*, Technische Universität Berlin, Diss., 2003
 - [20] FRANKE, M. ; RÖBER, T. ; KÜGELER, E. ; ASHCROFT, G. : Turbulence treatment in steady and unsteady turbomachinery flows. In: *V European Conference on Computational Fluid Dynamics, ECCOMAS CFD*, 2010, S. 14–17
 - [21] GILES, M. B.: Nonreflecting boundary conditions for Euler equation calculations. In: *AIAA journal* 28.12 (1990), S. 2050–2058
 - [22] GILES, M. B.: Unsflo: A numerical method for the calculation of unsteady flow in turbomachinery. / Gas Turbine Laboratory, Massachusetts Institute of Technology. 1991 (GTL Report 205). – Forschungsbericht
 - [23] GUNDY-BURLET, K. L. ; DORNEY, D. J.: Influence of 3D Hot Streaks on Turbine Heat Transfer. In: *ASME 1997 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition* American Society of Mechanical Engineers, 1997, S. V001T03A075–V001T03A075
 - [24] HAN, J.-C. : Recent studies in turbine blade cooling. In: *International Journal of Rotating Machinery* 10 (2004), Nr. 6, S. 443–457
 - [25] HARRISON, K. L. ; BOGARD, D. G.: Comparison of RANS turbulence models for prediction of film cooling performance. In: *ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea, and Air*. American Society of Mechanical Engineers., 2008
 - [26] HASELBACH, F. ; SCHIFFER, H. : Aerothermal Investigations on Turbine Endwalls and Blades (AITEB). In: *ASME Turbo Expo 2004: Power for Land, Sea, and Air* American Society of Mechanical Engineers, 2004, S. 67–76
 - [27] HELLSTEN, A. K.: New Advanced kw Turbulence Model for High-Lift Aerodynamics. In: *AIAA journal* 43 (2005), S. 1857–1869
 - [28] HELLSTEN, A. ; WALLIN, S. : Explicit algebraic Reynolds stress and non-linear eddy-viscosity models. In: *International Journal of Computational Fluid Dynamics* 23 (2009), Nr. 4, S. 349–361

- [29] IACOVIDES, H. ; JACKSON, D. ; JI, H. ; KELEMENIS, G. ; LAUNDER, B. ; NIKAS, K. : LDA study of the flow development through an orthogonally rotating U-bend of strong curvature and rib roughened walls. In: *ASME 1996 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition* American Society of Mechanical Engineers, 1996, S. V004T09A052–V004T09A052
- [30] IACOVIDES, H. ; LAUNDER, B. : Internal blade cooling: the Cinderella of computational and experimental fluid dynamics research in gas turbines. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy* 221 (2007), Nr. 3, S. 265–290
- [31] KAYS, W. M. ; CRAWFORD, M. E.: *Convective Heat and Mass Transfer*. 2nd. McGraw-Hill, 1980
- [32] KAYS, W. M. ; CRAWFORD, M. E. ; WEIGAND, B. : *Convective heat and mass transfer*. 4th. Tata McGraw-Hill Education, 2012
- [33] KEATING, A. ; PIOMELLI, U. ; BREMHORST, K. ; NESIC, S. : Large-eddy simulation of heat transfer downstream of a backward-facing step. In: *Journal of Turbulence* 5.20 (2004)
- [34] KLINNER, J. ; MAYER, V. ; HEINZE, J. ; WILLERT, C. : Simultaneous measurements of mixing fraction and velocities of a coaxial jet in a turbulent channel flow. In: *17th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics*, 2014
- [35] KUERNER, M. ; REICHSTEIN, G. A. ; SCHRACK, D. ; ROSE, M. G. ; STAUDACHER, S. ; GIER, J. ; ENGEL, K. : LP Turbine Secondary Vortices: Reynolds Lapse. In: *ASME 2011 Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition* American Society of Mechanical Engineers, 2011, S. 643–651
- [36] KÜGELER, E. : *Numerisches Verfahren zur genauen Analyse der Kühleffektivität filmgekühlter Turbinenschaufeln*, Ruhr Universität Bochum, Diss., 2004
- [37] LARUE, J. C. ; LIBBY, P. A.: Thermal mixing layer downstream of half-heated turbulence grid. In: *Physics of Fluids (1958-1988)* 24 (1981), Nr. 4, S. 597–603
- [38] LAUNDER, B. ; REECE, G. J. ; RODI, W. : Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure. In: *Journal of fluid mechanics* 68 (1975), Nr. 03, S. 537–566
- [39] LEE, I. ; SUNG, H. : Characteristics of wall pressure fluctuations in separated and reattaching flows over a backward-facing step: Part I. Time-mean statistics and cross-spectral analyses. In: *Experiments in Fluids* 30 (2001), Nr. 3, S. 262–272
- [40] LIBBY, P. A. ; BRAY, K. : Countergradient diffusion in premixed turbulent flames. In: *AIAA journal* 19 (1981), Nr. 2, S. 205–213
- [41] LING, J. ; RYAN, K. J. ; BODART, J. ; EATON, J. K.: Analysis of turbulent scalar flux models for a discrete hole film cooling flow. In: *Journal of Turbomachinery* 138 (2016), Nr. 1, S. 011006
- [42] LIPFERT, M. ; HABERMANN, J. ; ROSE, M. G. ; STAUDACHER, S. ; GUENDOĞDU, Y. : Blade–Row Interactions in a Low Pressure Turbine at Design and Strong Off-Design Operation. In: *Journal of Turbomachinery* 136 (2014), Nr. 11, S. 111002

-
- [43] MENTER, F. R.: Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. In: *AIAA journal* 32 (1994), S. 1598–1605
 - [44] MENTER, F. ; KUNTZ, M. ; LANGTRY, R. : Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. In: *Turbulence, heat and mass transfer* 4 (2003), Nr. 1, S. 625–632
 - [45] NAGANO, Y. ; KIM, C. : A two-equation model for heat transport in wall turbulent shear flows. In: *Journal of heat transfer* 110 (1988), S. 583–589
 - [46] NÜRNBERGER, D. : *Implizite Zeitintegration für die Simulation von Turbomaschinenströmungen*, Ruhr Universität Bochum, Diss., 2004
 - [47] OERTEL, H. : *Numerische Strömungsmechanik*. Vieweg , Braunschweig, Deutschland, 1999
 - [48] ONG, J. ; MILLER, R. J.: Hot streak and vane coolant migration in a downstream rotor. In: *ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea, and Air* American Society of Mechanical Engineers, 2008, S. 1749–1760
 - [49] QURESHI, I. ; BERETTA, A. ; POVEY, T. : Effect of simulated combustor temperature nonuniformity on hp vane and end wall heat transfer: An experimental and computational investigation. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 133 (2011), Nr. 3, S. 031901
 - [50] REHDER, H.-J. ; DANNHAUER, A. : DLR Rig Instrumentation-European Research Project AITEB. (2004)
 - [51] REHDER, H.-J. ; DANNHAUER, A. : Experimental investigation of turbine leakage flows on the three-dimensional flow field and endwall heat transfer. In: *Journal of Turbomachinery* 129 (2007), Nr. 3, S. 608–618
 - [52] ROACH, P. E.: The generation of nearly isotropic turbulence by means of grids. In: *International journal of heat and fluid flow* 8(2) (1987), S. 82–92
 - [53] ROBENS, S. : *Stationäre nicht-lokale Randbedingungen für zell-zentrierte Schemata und integrale Bilanzierung von Casing-Treatments in Turboverdichtern*, RWTH Aachen, Diss., 2014
 - [54] ROCHHAUSEN, S. : Reformulation of a two-equation model for the turbulent heat transfer. In: *7th International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer*. Palermo, Sicily, Italy, 2012
 - [55] ROCHHAUSEN, S. ; FIEDLER, J. ; KRÜPPEL, F. : Numerical treatment of turbulent low-mach-flow for turbine cooling applications. In: *Proceedings of the 6th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*. Barcelona, Spain, 2014
 - [56] RUMSEY, C. : *Turbulence Modeling Resource*, Langley Research Center, 2015. – <http://turbmodels.larc.nasa.gov/>
 - [57] SCHINKO, N. ; KÜRNER, M. ; STAUDACHER, S. ; ROSE, M. ; GIER, J. ; RAAB, I. ; LIPPL, F. : Das ATRD-Projekt-Ein Beispiel für die Zusammenarbeit von Industrie und Universität zur Förderung der Grundlagenforschung. In: *DGLR Congress, DLRK2009* Bd. 121156, 2009
 - [58] SCHLICHTING, H. ; GERSTEN, K. ; SPRINGER (Hrsg.): *Grenzschichttheorie*. 10th Edition. Springer-Verlag, 2006

- [59] SHIH, T.-H. ; LUMLEY, J. L. ; CHEN, J.-Y. : Second-order modeling of a passive scalar in a turbulent shear flow. In: *AIAA journal* 28 (1990), S. 610–617
- [60] SILLERO, J. A.: *DNS Turbulent Boundary Layer Data*, 2015. – <http://torroja.dmt.upm.es/turbdata/blayers/>
- [61] SPEZIALE, C. G. ; SARKAR, S. ; GATSKI, T. B.: Modelling the pressure–strain correlation of turbulence: an invariant dynamical systems approach. In: *Journal of Fluid Mechanics* 227 (1991), S. 245–272
- [62] VAGNOLI, S. ; VERSTRAETE, T. ; KOUPPER, C. ; BONNEAU, G. : Assessment of RANS Against LES for the Aero-Thermal Behavior of High Pressure Turbine Stages Under Realistic Inlet Conditions. In: *ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition* American Society of Mechanical Engineers, 2016, S. V02CT39A023–V02CT39A023
- [63] VOGEL, J. : *Heat transfer and fluid mechanics measurements in the turbulent reattaching flow behind a backward-facing step*, Stanford University, Diss., 1984
- [64] WARHAFT, Z. ; LUMLEY, J. : An experimental study of the decay of temperature fluctuations in grid-generated turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics* 88 (1978), Nr. 04, S. 659–684
- [65] WEIHING, P. ; YOUNIS, B. ; WEIGAND, B. : Heat transfer enhancement in a ribbed channel: Development of turbulence closures. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 76 (2014), S. 509–522
- [66] WILCOX, D. C.: *Turbulence Modeling for CFD*. 3. DCW Industries, La Cañada, USA, 2006
- [67] YOUNIS, B. ; WEIGAND, B. ; SPRING, S. : An explicit algebraic model for turbulent heat transfer in wall-bounded flow with streamline curvature. In: *Journal of heat transfer* 129 (2007), Nr. 4, S. 425–433
- [68] YOUNIS, B. A. ; SPEZIALE, C. G. ; CLARK, T. T.: A rational model for the turbulent scalar fluxes. In: *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science* Bd. 461, 2005, S. 575–594

Tabellenverzeichnis

3.1	Modellkonstanten im $k_\theta \omega_\theta$ -Modell	35
3.2	Modellkonstanten des Younis-Modells	38
5.1	Modellkombinationen und Bezeichnungen	49
6.1	Geometrische Parameter des AITEB Gitters	76
6.2	Aerodynamische Randbedingungen	77
6.3	ATDR Übersicht	88

Abbildungsverzeichnis

1.1	Entwicklung der Turbineneintrittstemperatur in den vergangenen Jahrzehnten am Beispiel verschiedener Triebwerke der Firma Rolls-Royce plc (Abbildung aus Iacovides und Launder [30])	14
1.2	Schematische Darstellung verschiedener Kühlungskonzepte am Beispiel einer Hochdruckturbine	15
2.1	Prinzipskizze zur Wärmebilanz an einer gekühlten Wand	19
2.2	Prinzipskizze zur Filmkühlung	21
2.3	Prinzipskizze zur Innenkühlung	24
3.1	Limitierung von Wärmeflüssen entgegen des mittleren Temperaturgradienten . .	39
5.1	Basistestfälle der Hochdruckturbine	47
5.2	Beheizte Strömung über eine ebene Platte	50
5.3	Reibungsbeiwert	51
5.4	Geschwindigkeitsprofil	51
5.5	Turbulente kinetische Energie	52
5.6	Reynoldsspannungskomponenten	52
5.7	Stantonzahlen	53
5.8	Dimensionslose Temperaturgrenzschicht	54
5.9	Turbulenter Wärmefluss in y-Richtung	56
5.10	Turbulenter Wärmefluss in x-Richtung	56
5.11	Turbulente Prandtlzahl	57
5.12	Freie Scherströmung	58
5.13	Geschwindigkeitsverteilung	60
5.14	Turbulente Schwankungsbewegungen	60
5.15	Temperaturverteilung und turbulenter Wärmestrom Menter SST	62
5.16	Temperaturverteilung und turbulenter Wärmestrom Hellsten EARSM	64
5.17	Temperaturverteilung und turbulenter Wärmestrom SSGLRR	65
6.1	Überblick ERCOFTAC 7.3 Testfall	68
6.2	Überblick über das Strömungsfeld	68
6.3	Reibungskoeffizient auf der Seitenwand	69
6.4	Entdimensionalisierte Kanalgeschwindigkeit	69

6.5	Querkomponente der Kanalgeschwindigkeit	70
6.6	Schwankungsgeschwindigkeit in Strömungsrichtung	71
6.7	Schwankungsgeschwindigkeit quer zur Strömungsrichtung	71
6.8	$u'_x u'_y$ -Komponente des Reynoldsspannungstensors	72
6.9	Nusseltzahlen in der Kanalmitte	73
6.10	Temperaturverteilung in der Ablösung	74
6.11	Betrag des turbulenten Wärmestromvektors	74
6.12	Ausblaserichtungen der Sperrluft	76
6.13	Übersicht über die Testfallgeometrie 1	77
6.14	Übersicht über die Testfallgeometrie 2	78
6.15	Vernetzung (jede dritte Zelle dargestellt)	78
6.16	Turbulenzgrad in der Zuströmung zur Schaufel	80
6.17	Machzahlverteilung auf konstanter relativer Kanalhöhe	80
6.18	Machzahlverteilung, SST-PRT (links), EARSM-PRT (rechts)	81
6.19	Wandnahe Strömung: Ölanstrichbilder nach und numerische Simulation	81
6.20	Druckverteilung im Nachlauf	82
6.21	Zonenaufteilung und Lage des Schnitts	83
6.22	Fallunterscheidung für AITEB	83
6.23	Filmkühleffektivität	84
6.24	Schnittdarstellung auf der Seitenwand	85
6.25	Wärmeübergangskoeffizient	86
6.26	Übersicht Niederdruckturbine ATDR	89
6.27	stationäre Vorrechnungen	90
6.28	instationäre Rechnungen	91
6.29	Druckverteilung Stator 1	92
6.30	Abströmung Rotor 1	93
6.31	Wirbelstärke um die x-Achse in der Abströmung von Rotor 1	94
6.32	Wirbelviskosität in der Abströmung von Rotor 1	94
6.33	Dimensionslose Temperaturen der Abströmung von Rotor 1	95
6.34	Dimensionslose Temperaturen der Abströmung von Rotor 2	95
6.35	Temperaturerhöhung hinter Rotor 1	96
6.36	Temperaturerhöhung in der Abströmung	96
6.37	Dimensionslose Temperatur	97
6.38	Betrag des Temperaturgradienten	98
6.39	Wirbelviskosität	99
6.40	Betrag des turbulenten Wärmeflussvektors	99
6.41	Zeitlich gemittelte turbulente Wärmeströme in der Abströmung von Rotor 1 (Rotorsystem)	100
6.42	Zeitlich gemittelte turbulente Wärmeströme in der Abströmung von Rotor 1 (Statorsystem)	101

6.43	Temperaturverteilung Rotor 2 bezogen auf die mittlere Oberflächentemperatur .	102
------	---	-----

